



الرياضيات

الصف السابع - كتاب الطالب

الفصل الدراسي الأول

7

فريق التأليف

د. عمر محمد أبوغليون (رئيسًا)

د. عيسى عبد الوهاب الطراونة إبراهيم أحمد عمارة د. أحمد عبد السميع طيبة

هبه ماهر التميمي (منسقًا)

الناشر: المركز الوطني لتطوير المناهج والتقويم

يسر المركز الوطني لتطوير المناهج والتقويم استقبال آرائكم وملحوظاتكم على هذا الكتاب عن طريق العناوين الآتية:

☎ 06-5376262 / 237 📠 06-5376266 ✉ P.O.Box: 2088 Amman 11941

📘 @nccdjor @ feedback@nccd.gov.jo 🌐 www.nccd.gov.jo

قرّرت وزارة التربية والتعليم تدرّيس هذا الكتاب في مدارس المملكة الأردنية الهاشمية جميعها، بناءً على قرار المجلس الأعلى للمركز الوطني لتطوير المناهج والتقويم في جلسته رقم (2020/4)، تاريخ 2020/6/11 م، وقرار مجلس التربية والتعليم رقم (2020/54) تاريخ 2020/6/24 م، بدءاً من العام الدراسي 2020 / 2021 م.

© HarperCollins Publishers Limited 2020.

- Prepared Originally in English for the National Center for Curriculum Development and Evaluation.
Amman - Jordan

- Translated to Arabic, adapted, customised and published by the National Center for Curriculum Development and Evaluation. Amman - Jordan

ISBN: 978 - 9923 - 41 - 356 - 2

المملكة الأردنية الهاشمية
رقم الإيداع لدى دائرة المكتبة الوطنية
(2022/4/2046)

375.001

الأردن. المركز الوطني لتطوير المناهج

الرياضيات: الصف السابع: كتاب الطالب (الفصل الدراسي الأول) / المركز الوطني لتطوير المناهج. - ط2؛ مزيدة
ومنقحة. - عمان: المركز، 2022

(128) ص.

ر.إ.: 2022/4/2046

الوصفات: / الرياضيات / / التعليم الإعدادي / / المناهج /

يتحمل المؤلف كامل المسؤولية القانونية عن محتوى مُصنّفه، ولا يعبّر هذا المُصنّف عن رأي دائرة المكتبة الوطنية.

All rights reserved. No part of this publication may be reproduced, sorted in retrieval system, or transmitted in any form by any means, electronic, mechanical, photocopying, recording or otherwise, without the prior written permission of the publisher or a license permitting restricted copying in the United Kingdom issued by the Copyright Licensing Agency Ltd, Barnard's Inn, 86 Fetter Lane, London, EC4A 1EN.

British Library Cataloguing -in- Publication Data

A catalogue record for this publication is available from the Library.

1441 هـ / 2020 م

1447 هـ / 2026 م

الطبعة الأولى

الطبعة الثانية

المقدمة

الحمد لله رب العالمين، والصلاة والسلام على أشرف الأنبياء والمرسلين، وبعده؛ فانطلاقاً من إيمان المملكة الأردنية الهاشمية الراسخ بأهمية تنمية قدرات الإنسان الأردني، وتسليحه بالعلم والمعرفة؛ سعى المركز الوطني لتطوير المناهج والتقويم، بالتعاون مع وزارة التربية والتعليم، إلى تحديث المناهج الدراسية وتطويرها، لتكون معيماً على الارتقاء بمستوى الطلبة المعرفي، ومجارات الأقران في الدول المتقدمة. ولما كانت الرياضيات إحدى أهم المواد الدراسية التي تنمي لدى الطلبة مهارات التفكير وحلّ المشكلات، فقد أولى المركز هذا المبحث عنايةً كبيرةً، وحرص على إعداد كتب الرياضيات وفق أفضل الطرائق المُتبعة عالمياً على أيدي خبرات أردنية؛ لضمان انسجامها مع القيم الوطنية الراسخة، وتلبيتها لحاجات طلبتنا.

وروعي في إعداد كتب الرياضيات تقديم المحتوى بصورة سلسلة، ضمن سياقات حياتية شائقة، تعزز دافعية الطلبة نحو التعلم، وكذلك إبراز خطة حلّ المسألة، وإفراد دروس مستقلة لها تتيح للطلبة التدرّب على أنواع مختلفة من هذه الخطط وتطبيقها في مسائل متنوعة. وتمّ التأكيد على توظيف التكنولوجيا بشكل حصيف بوصفها أداة فاعلة في بناء المفاهيم الرياضية وتطوير المهارات التقنية لدى الطلبة، كما احتوت الكتب على أنشطة مفاهيمية تُسهّم بشكل فاعل في استكشاف المفاهيم الرياضية لدى الطلبة وتعميق فهمهم لها. وقد احتوت الكتب على مشروع لكل وحدة؛ لتعزيز تعلّم الطلبة المفاهيم والمهارات الواردة فيها وإثرائها، ولأنّ التدريب المكثّف على حلّ المسائل يُعدّ إحدى أهم طرق ترسيخ المفاهيم الرياضية وزيادة الطلاقة الإجرائية لدى الطلبة؛ فقد أعدّ كتاب التمارين على نحو يقدّم للطلبة ورقة عمل في كل درس، تُحلّ بعضها واجباً منزلياً، أو داخل الغرفة الصفية إن توافر الوقت الكافي. ولأننا ندرك جيداً حرص الكوادر التعليمية الأردنية على تقديم أفضل ما لديها للطلبة؛ فقد جاء كتاب التمارين أداة مساعدة توفّر عليها جهد إعداد أوراق العمل وطباعتها.

وانطلاقاً من أهمية الاتساق والتتابع في بناء تعلّم الرياضيات، روعي في إعداد هذا الكتاب أن يكون جزءاً من بنية منهجية موحّدة تمتد عبر الصفوف الدراسية المتتابة، بحيث تتدرّج المفاهيم والمهارات بصورة مترابطة ومنظمة، وتبني الخبرات الجديدة على ما سبقها من تعلّم. ويهدف هذا التنظيم إلى ضمان سلاسة انتقال الطلبة بين الصفوف، وتعزيز الفهم العميق للمفاهيم، وتجنب التكرار غير المُبرّر أو الفجوات المعرفية، بما يسهم في تحقيق نمو رياضي متوازن ومتراكم لدى الطلبة.

ونحن إذ نُقدّم هذا الكتاب، نأمل أن ينال إعجاب طلبتنا والكوادر التعليمية الأردنية، ويجعل تعليم الرياضيات وتعلّمها أكثر متعةً وسهولةً، ونعد بأن نستمرّ في تحسين هذا الكتاب في ضوء ما يصلنا من ملاحظات.

المركز الوطني لتطوير المناهج والتقويم

36	الوحدَةُ ② الأُسُسُ الصَّحِيحَةُ والمقادير الجبرية	6	الوحدَةُ ① الأعداد النسبية
37	مشروع الوحدة: تصميم نموذج ساعة جدار	7	مشروع الوحدة: الأعداد النسبية في السوق
38	الدرس 1 قوانين الأسس الصحيحة	8	الدرس 1 العدَدُ النَّسْبِيُّ
43	الدرس 2 أولويات العمليات الحسابية	11	الدرس 2 كتابة العدد النسبي بالصورة العشرية
48	الدرس 3 الحدود والمقادير الجبرية	16	الدرس 3 مقارنة الأعداد النسبية وترتيبها
52	الدرس 4 جمع المقادير الجبرية وطرحها	21	الدرس 4 جمع الأعداد النسبية وطرحها
57	الدرس 5 ضرب المقادير الجبرية	27	الدرس 5 ضرب الأعداد النسبية وقسمتها
62	الدرس 6 حالات خاصة من ضرب المقادير الجبرية	32	الدرس 6 خطة حل المسألة: الحل العكسي
68	اختبار نهاية الوحدة	34	اختبار نهاية الوحدة

قائمة المحتويات

الوحدة 4 الزوايا والمضلعَات	الوحدة 3 المعادلات الخطية
90 والتحويلات الهندسية	70
91 مشروع الوحدة: الهندسة حولنا	71 مشروع الوحدة: خدمة التوصيل
92 الدرس 1 العلاقات بين الزوايا	72 الدرس 1 حل المعادلات
96 الدرس 2 المستقيمات المتوازية والقاطع	77 الدرس 2 الكسور العشرية الدورية
101 الدرس 3 زوايا المثلث	81 الدرس 3 المتتاليات
105 الدرس 4 زوايا المضلع	88 اختبار نهاية الوحدة
111 الدرس 5 الدوران	
117 معمل برمجة جيو جبرا: الدوران	
119 اختبار نهاية الوحدة	

الأعداد النسبية

ما أهمية هذه الوحدة؟

حينَ يقيسُ الطَّيِّبُ قوَّةَ نظْرِ الشَّخْصِ ذِي البَصْرِ السَّلِيمِ فَإِنَّهُ يَكْتُبُ نَتِيجَةَ الفَحْصِ بِالصُّورَةِ $\frac{6}{6}$. وقد يخطرُ على بالي سؤالٌ مفادُهُ: لِمَاذَا لا يُخْتَصَرُ هذا العددُ؟ إنَّ هذا نوعٌ خاصٌّ مِنَ الأعدادِ سَأَتَعَلَّمُهُ في هذه الوحدة.



سأتعلمُ في هذه الوحدة:

- تمييز مجموعة الأعداد النسبية، وإجراء العمليات عليها.
- كتابة الأعداد النسبية بالصورة العشرية.
- مقارنة الأعداد النسبية، وترتيبها.

تعلّمتُ سابقًا:

- ✓ جمع الكسور وطرحها.
- ✓ تمييز مجموعة الأعداد الكلية، وإجراء العمليات عليها.
- ✓ تمييز مجموعة الأعداد الصحيحة، وإجراء العمليات عليها.



مشروع الوحدة: الأعداد النسبية في السوق

2 أنشئ جدولاً: أكتب في العمود الأول الأعداد التي جمعتها، وفي الثاني أكتب كل عدد على الصورة $\frac{a}{b}$ ، أما في الثالث فأكتب القيمة المطلقة لكل عدد.

العدد النسبي	العدد على صورة $\frac{a}{b}$	القيمة المطلقة

3 أرّب الأعداد التي جمعتها ترتيباً تنازلياً، وأبين خطوات الحل.

عرض النتائج:

أصمّم مطويةً أكتب فيها ما يأتي:

- خطوات عمل المشروع، والنتائج التي توصلت إليها.
- أمثلة أظهر فيها لمعلمي قدرتي على جمع الأعداد النسبية، وطرحها، وضربها، وقسمتها، وكتابة صيغة متكافئة لأي عدد نسبي.
- معلومة إضافية عرفتُها عن الأعداد النسبية في أثناء عملي في المشروع.
- بعض الصعوبات التي واجهتني في أثناء عملي في المشروع، وكيف تغلبت عليها.

أستعدُّ ومجموعتي لتنفيذ مشروعنا الخاص الذي نطبّق فيه ما سنتعلّمه في هذه الوحدة لجمع أعداد مكتوبة على أشياء مختلفة حولنا، ثم إجراء بعض العمليات الحسابية عليها.

خطوات تنفيذ المشروع:

1 أبحث عن أعداد نسبية مكتوبة على أشياء حولي، مثل: المعلبات، والأجهزة، والصحف، وعلب الأدوية، وغير ذلك، مراعيًا أن تحتوي على كل مما يأتي: ثلاثة أعداد نسبية سالبة، وخمسة أعداد كلية، وثلاثة كسور، وثلاثة أعداد كسرية، وخمسة كسور عشرية. ومن المهم التقاط صور تُبين موقع هذه الأعداد لتضمينها في مشروعي.





أستكشف

غابة الأمازون هي أكبر غابة مطرية في العالم، وتقع في قارة أمريكا الجنوبية، وتنتشر على مساحة $\frac{11}{2}$ مليون كيلو متر مربع. ما اسم مجموعة الأعداد التي ينتمي إليها العدد $\frac{11}{2}$ ؟



فكرة الدرس

أتعرف العدد النسبي، وأمثله على خط الأعداد.

المصطلحات

العدد النسبي

العدد النسبي (rational number) هو عدد يمكن التعبير عنه بوصفه نسبة بين عددين صحيحين (a و b) مكتوبة على صورة كسر $\frac{a}{b}$ حيث $b \neq 0$. لذلك يمكن أن يكون العدد النسبي كسرًا فعليًا، أو غير فعلي، أو كسرًا عشريًا، أو عددًا كسرًا، أو عشريًا؛ لأن كلاً منها يمكن كتابته على صورة كسر $\frac{a}{b}$.

مثال 1

أكتب كل عدد نسبي مما يأتي على صورة كسر $\frac{a}{b}$:

$$\begin{aligned} 1 \quad -10.6 &= -10 \frac{6}{10} \\ &= -\frac{(10 \times 10) + 6}{10} \\ &= -\frac{100 + 6}{10} = -\frac{106}{10} \\ &= -\frac{53}{5} \end{aligned}$$

أحوّل الكسر العشري إلى عدد كسري

أحوّل العدد الكسري إلى كسر غير فعلي

أضرب وأجمع

أبسط

$$\begin{aligned} 2 \quad 65\% &= 0.65 \\ &= \frac{65}{100} \\ &= \frac{13}{20} \end{aligned}$$

أحوّل النسبة المئوية إلى كسر عشري

أحوّل الكسر العشري إلى كسر فعلي

أبسط

أنتذكر

لكتابة العدد الكسري على صورة كسر $\frac{a}{b}$ فإنني أضرب مقام الكسر في الجزء الصحيح، وأضيف الناتج إلى البسط، ثم أكتب الناتج في بسط الكسر.

أتحقق من فهمي:

$$3 \quad 1 \frac{2}{5}$$

$$4 \quad 0.36$$

$$5 \quad -6$$

$$6 \quad 80\%$$

الوحدة 1

عند تمثيل الأعداد النسبية على خط الأعداد فإني أختارُ تدریجًا مناسبًا بين الأعداد الصحيحة.

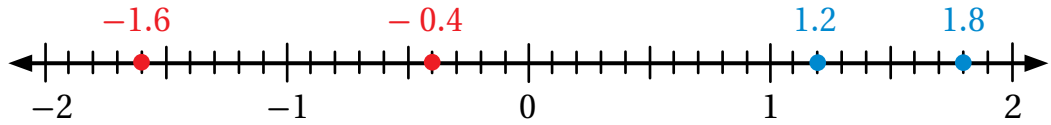
مثال 2: من الحياة



مقدار التغير	الشركة
1.8	أ
-1.6	ب
1.2	ج
-0.4	د

تمثل الأعداد النسبية في الجدول المجاور مقدار ارتفاع أو انخفاض أسهم 4 شركات في سوق عمان المالية. أمثل هذه الأعداد على خط الأعداد.

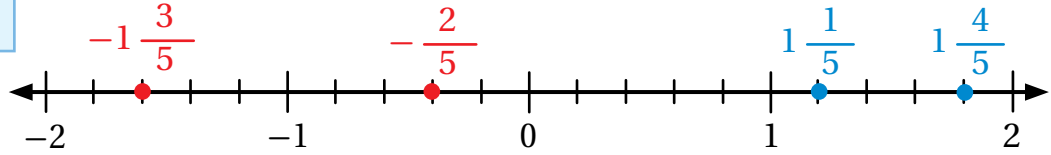
الطريقة 1: أرسُم خط أعداد، وأضع عليه تدریجًا مناسبًا، ثم أحدد مواقع الأعداد.



التعلم

أكتب الكسور في أسط
صورة لتصغير المقامات
وتسهيل رسم التدریج
على خط الأعداد.

الطريقة 2: يمكنني -أيضًا- أن أكتب الأعداد النسبية على صورة كسور فعلية، أو أعداد كسرية، ثم أمثلها على خط الأعداد.



أتحقّق من فهمي:



أمثل كل عدد نسبي مما يأتي على خط الأعداد:

1 2

2 -0.8

3 4.6

4 -3.2

أتدرّب وأحل المسائل



أكتب كل عدد نسبي مما يأتي على صورة كسر $\frac{a}{b}$:

1 25

2 $2\frac{1}{4}$

3 0.07

4 -127

5 $-1\frac{2}{3}$

6 35%

أمثل كل عددٍ نسبيٍّ ممَّا يأتي على خطِّ الأعداد:

7 0.2

8 $1 \frac{1}{3}$

9 $-\frac{1}{5}$

10 1.6

11 $|-3.3|$

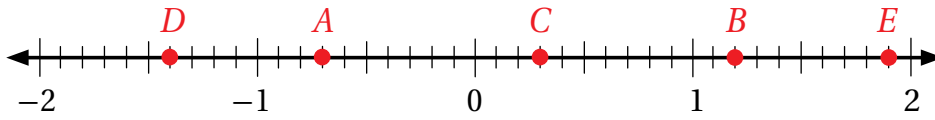
12 90%

اليوم	فرقُ الزمنِ بالسَّاعاتِ
السبتُ	0.7
الأحدُ	-0.2
الاثنينُ	1.25
الثلاثاءُ	-0.1

رياضة: يريدُ سعدٌ أن يتدرَّبَ على (الكاراتيه) مُدَّةَ ساعةٍ يوميًّا، فسجَّلَ الزَّمنَ الَّذِي يزيدُ على الساعةِ أو ينقصُ عنها مدَّةَ 4 أيامٍ باستخدامِ أعدادٍ نسبيَّةٍ كما يظهرُ في الجدولِ المجاورِ. أكتبْ كلاً من هذه الأعدادِ على صورةِ كسرٍ $\frac{a}{b}$.

13 **معلومة:** تُسهِّمُ ممارسةُ الرياضةِ في جعلِ الجسمِ مثاليًّا ورشيقيًّا ومعافيًّا، فهي تحاربُ السُّمنةَ، وتقي من الإصاباتِ بالعديدِ من الأمراضِ.

14 أكتبْ العددَ النَّسبيَّ الَّذِي تُمثِّلهُ الأحرفُ A, B, C, D, E على خطِّ الأعدادِ:



15 أرسمُ خطَّ أعدادٍ من 0 إلى 3، وأضعُ عليه إشاراتٍ تبعُدُ عن بعضها 0.1، ثمَّ أستخدمُه لتمثيلِ الأعدادِ النَّسبيَّةِ 30%، $1 \frac{1}{4}$ ، 2.1، 2.85.

16 **علوم:** تقعُ أصغرُ عظمةٍ في جسمِ الإنسانِ في الأذنِ الوُسطى، ويبلغُ طولُها 2.8 mm، وتُسمَّى عظمةَ الرِّكابِ. أمثلُ طولَ العظمةِ على خطِّ الأعدادِ.

17 **ما السؤالُ؟** أكتبْ سؤالاً عن موضوعِ درسِ اليومِ إجابتهُ: $\frac{13}{6}$

18 **تبرير:** تعلَّمتُ سابقاً مجموعةَ الأعدادِ الصَّحيحةِ ومجموعةَ الأعدادِ الكليَّةِ. فما العلاقةُ بينهما وبينِ الأعدادِ النَّسبيَّةِ التي تعلَّمتها اليومُ؟

19 **أكتبْ** أكتبْ فقرةً قصيرةً أبينُ فيها كيفيةَ تمثيلِ العددِ النَّسبيِّ 1.6 على خطِّ الأعدادِ.

مهاراتُ التفكيرِ العُلويِّ

أتذكَّرُ

الأعدادُ الكليَّةُ:

0, 1, 2, 3, 4, 5, ...

الأعدادُ الصَّحيحةُ:

..., -2, -1, 0, 1, 2, ...



أستكشف

لدى مُزارع 33 شجرة برتقال، لكنّه خسر إنتاج 13 شجرة منها؛ بسبب موجة صقيع. ما الكسر العشري الدالّ على الأشجار التي خسر المزارع إنتاجها؟



فكرة الدرس

أكتب العدد النسبي بالصورة العشرية.

المصطلحات

كسر عشري مُنته،
كسر عشري دوري.

يمكنني كتابة أي عدد نسبي بالصورة العشرية بطرائق عدّة، منها إيجاد كسر مكافئ مقامه: 10، 100، 1000، ...

مثال 1

أكتب كل عدد نسبي مما يأتي بالصورة العشرية:

1 $\frac{2}{5}$

$$\frac{2}{5} = \frac{4}{10} = 0.4$$

العدد 5 أحد عوامل العدد 10؛ لذلك يمكنني أن أجد كسرًا مكافئًا مقامه 10. بما أن $2 \times 5 = 10$ ، فإنني أضرب كلاً من البسط والمقام في 2.

2 $-\frac{3}{25}$

$$-\frac{3}{25} = -\frac{12}{100} = -0.12$$

العدد 25 أحد عوامل العدد 100؛ لذلك يمكنني أن أجد كسرًا مكافئًا مقامه 100. بما أن $25 \times 4 = 100$ ، فإنني أضرب كلاً من البسط والمقام في 4.

أتحقّق من فهمي:



3 $\frac{1}{2}$

4 $\frac{3}{5}$

5 $-\frac{7}{20}$

6 $\frac{4}{25}$

قد لا يكون سهلاً إيجاد كسرٍ مكافئٍ مقامه: 10، 100، 1000، ... حينئذٍ أقسمُ البسطَ على المقامِ باستعمالِ طريقةِ القسمةِ الطويلةِ.

مثال 2

أستخدمُ القسمةَ لكتابة $\frac{5}{8}$ بالصورة العشرية.

$$\begin{array}{r}
 0.625 \\
 8 \overline{) 5.000} \\
 \underline{- 4 \quad 8} \\
 2 \quad 0 \\
 \underline{- 1 \quad 6} \\
 4 \quad 0 \\
 \underline{- 4 \quad 0} \\
 0
 \end{array}$$

أقسمُ 5 على 8

أضعُ صفراً يمينَ الفاصلة العشرية

أطرحُ 48 من 50، ثم أضعُ صفراً آخرَ يمينَ الفاصلة العشرية

أقسمُ 20 على 8

أطرحُ 16 من 20، ثم أضعُ صفراً آخرَ يمينَ الفاصلة العشرية

أقسمُ 40 على 8

تنتهي القسمة حينما يكون ناتج الطرح صفراً

$$\frac{5}{8} = 0.625 \text{؛ أي إن } 0.625 \text{ بالصورة العشرية على النحو الآتي: } 0.625$$

أتحقق من فهمي: 

أستخدمُ القسمةَ لكتابة كلِّ مما يأتي بالصورة العشرية.

1 $\frac{3}{8}$

2 $\frac{5}{16}$

يسمى الكسر العشري 0.625 الناتج في المثال السابق كسراً عشرياً مُنتهياً (terminating decimal)؛ لأنه يحتوي على عددٍ مُنتهٍ من الأرقام. لكن، هل يمكن أن يحتوي الكسر العشري على عددٍ غير مُنتهٍ من الأرقام؟ للإجابة عن ذلك، أتأملُ المثال الآتي:

أستخدمُ القسمة لكتابة $\frac{3}{9}$ بالصورة العشريّة.

$$\begin{array}{r} 0.333 \\ 9 \overline{) 3.000} \\ \underline{- 27} \\ 30 \\ \underline{- 27} \\ 30 \\ \underline{- 27} \\ 3 \end{array}$$

أقسمُ 3 على 9 وأضيفُ أصفاراً إلى يمين الفاصلة العشريّة كلّ مرّة؛ للاستمرار في القسمة.

إذن، الكسر العشريّ المكافئ للعدد النسبي $\frac{3}{9}$ هو $0.333\dots$ ، ألاحظُ أنّ الرقم 3 يتكرّر بشكل غير مُنتهٍ.

أتحقّق من فهمي:



أستخدمُ القسمة لكتابة كلّ ممّا يأتي بالصورة العشريّة.

1 $\frac{2}{3}$

2 $\frac{7}{9}$

يسمى الكسر العشريّ $0.3333\dots$ الناتج في المثال السابق كسرًا عشريًا دوريًا (repeating decimal).

وللتعبير عن تكرار رقم بشكل غير مُنتهٍ أضع الإشارة (-) فوقه؛ أي إن $0.333\dots = 0.\overline{3}$ ، وأقرؤها: ثلاثة بال عشرة دوريّ. إذا تكرّر أكثر من رقم في الكسر العشريّ الدوريّ أضع إشارة (-) فوق الأرقام المتكرّرة فقط. مثلاً: $1.575757\dots = 1.\overline{57}$ ، في بعض الكسور العشريّة قد تتكرّر بعض الأرقام من دون غيرها. فمثلاً في الكسر العشريّ: $0.3444\dots = 0.3\overline{4}$ نلاحظُ أنّ الرقم 4 فقط متكرّر؛ لذلك وضعنا فوقه فقط إشارة (-)؛ لأنّ الرقم 3 لم يتكرّر.

مثال 4: من الحياة



قاد طارق دراجته الهوائية مسافة $\frac{13}{8}$ km من منزله إلى الحديقة العامّة. أعبّر بالصورة العشريّة عن المسافة التي قطعها طارق.

يمكنني أن أكتب الكسر غير الفعليّ $\frac{13}{8}$ بصورة عددٍ عشريّ، بإيجاد ناتج $13 \div 8$ عن طريق القسمة الطويلة، لكن من الأسهل -أحياناً- كتابة الكسر $\frac{13}{8}$ بصورة عددٍ كسريّ أولاً، ثم إجراء القسمة الطويلة.

$$\frac{13}{8} = 1 \frac{5}{8}$$

$$= 1.625$$

أكتب الكسر غير الفعلي بصورة عدد كسري

أجد ناتج $5 \div 8$ بالقسمة الطويلة كما في المثال 2

✓ **أتحقّق من فهمي:**

عَوْض: غاص أحمد إلى عمق $12 \frac{4}{9}$ m تحت سطح البحر الأحمر في خليج العقبة. عبّر بالصورة العشرية عن العمق الذي وصل إليه أحمد. هل الكسر العشري الناتج دوري أم لا؟ أبرّر إجابتي.

أندرب 
وأحل المسائل

أكتب كل عدد نسبي مما يأتي بالصورة العشرية:

1 $\frac{1}{4}$

2 $\frac{4}{5}$

3 $-\frac{6}{25}$

4 $\frac{9}{20}$

5 $-\frac{7}{8}$

6 $\frac{9}{16}$

أستخدم القسمة لكتابة كل عدد نسبي مما يأتي بالصورة العشرية:

7 $\frac{1}{9}$

8 $-\frac{1}{3}$

9 $\frac{1}{6}$

10 $-\frac{5}{11}$

11 **عمل منزلي:** أعدّ رامي $\frac{17}{3}$ L من عصير البرتقال. أكتب كمية العصير بالصورة

العشرية. هل العدد العشري الذي حصل عليه دوري أم لا؟ أبرّر إجابتي.

12 **فوسفات:** يُعدّ منجم الشيدية أكبر منجم فوسفات في الأردن؛ إذ يسهم بـ 72% من

إنتاج المملكة من الفوسفات. ما الكسر العشري الدال على نسبة ما يُنتجُه المنجم من الفوسفات الأردني؟

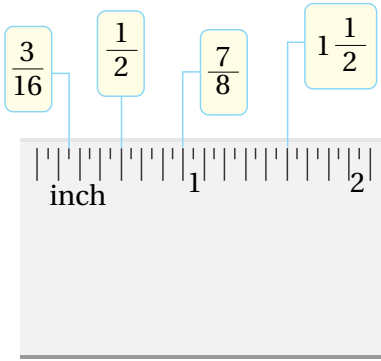
13 **نباتات:** في عام 2012م سُجّل رقم قياسي لأطول نبتة دوار الشمس؛ إذ بلغ

طولها $8 \frac{1}{4}$ m، ما العدد العشري الدال على طول النبتة؟

أتذكّر

الليتر وحدة لقياس الحجم وهو يُستعمل لقياس حجوم السوائل، ومن مضاعفاته المتر المكعب (m^3)، ومن أجزائه المليلتر (mL).

الوحدة 1

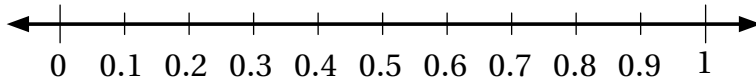


المِسْطَرَّةُ المِجَاوِرَةُ مُقَسَّمَةٌ إِلَى أَجْزَاءٍ، طَوَّلُ كُلِّ مِنْهَا $\frac{1}{16}$ inch، هَلِ المَقايِسُ المِشَارُّ إِلَيْهَا عَلَى المِسْطَرَّةِ عِنْدَ تَحْوِيلِهَا تُنتِجُ كَسْرًا عَشْرِيَّةً مُنْتَهِيَّةً، أَمْ دَوْرِيَّةً؟ اَبْرُرْ إِجَابَتِي.

أَتَعَلَّمُ

الإنش (inch) وحدة قياس تُسْتَحْدَمُ فِي بَعْضِ دَوْلِ العَالَمِ. وَلِلتَّحْوِيلِ مِنَ الإنشِ إِلَى السَّتْمِترِ نَطَبِّقُ العِلاقَةَ الآتِيَةَ:
1 inch = 2.54 cm

14 أمثل كلاً من الكُسُورِ: $\frac{9}{25}$ ، $\frac{3}{4}$ ، $\frac{3}{5}$ ، $\frac{5}{8}$ على خطِّ الأعدادِ الآتي:



مهارات التفكير العليا

15 أمثل كلاً من الكُسُورِ: $\frac{9}{25}$ ، $\frac{3}{4}$ ، $\frac{3}{5}$ ، $\frac{5}{8}$ على خطِّ الأعدادِ الآتي:

16 **أكتشف الخطأ:** تقول لمار: إن أي كسر فعليٍّ مقامه 6 يكافئ كسرًا عشريًّا دوريًّا. أكتشف خطأ لمار، ثمَّ أصحِّحهُ.

17 **تبرير:** أتاَمَلُ العِبارَاتِ الآتِيَةَ، ثمَّ أَصِفُهَا بِمَا يَلائِمُهَا مِمَّا بَيْنَ القوسينِ (صحيحةٌ، ليست صحيحةً) وأبررُ إجابتي بأمثلةٍ:

18 إذا كان الكسرُ الفعليُّ في أبسطِ صورةٍ ومقامه عددًا فرديًّا فإنه دائماً يكافئُ كسرًا عشريًّا دوريًّا.

19 إذا كان الكسرُ الفعليُّ في أبسطِ صورةٍ ومقامه: 10، 100، 1000، ...، 1000000 فإنه يكافئُ كسرًا عشريًّا منتهيًّا.

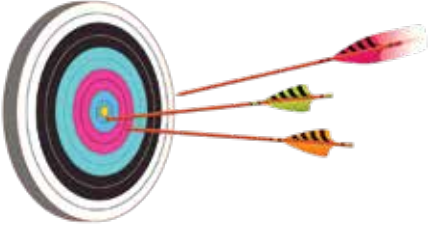
20 **أكتب:** أصِفْ كيفَ أُحوَّلُ عددًا نسبيًّا إلى صورةٍ عشريَّةٍ.

إرشاد

حلَّ السُّؤالِ 16 أبحثُ عن مثالٍ يناقضُ قولَ لمار، ويُسمَّى في الرِّياضيَّاتِ: "مثالٌ مُضادٌّ".

أتذكّر

الكسرُ الفعليُّ هو عددٌ نسبيٌّ بسطُه أصغرُ من مقامه. ويُعدُّ الكسرُ الفعليُّ في أبسطِ صورةٍ إذا كانَ العَامِلُ المُشْتَرَكُ الأَكْبَرُ (ع.م.أ.) بَيْنَ بسطه ومقامه 1.



أستكشف

صَوَّبَ ثلاثةُ رُمَاةٍ نحوَ لوحةِ الهدفِ، فرمى الأولُ 6 رُمِيَاتٍ، أصَابَتْ 5 مِنْهَا الهدفَ، ورمى الثاني 9 رُمِيَاتٍ، أصَابَتْ 4 مِنْهَا الهدفَ، أمَّا الثالثُ فرمى 3 رُمِيَاتٍ، أصَابَتْ رَمِيَتَانِ مِنْهَا الهدفَ. أيُّ الرُّمَاةِ أحرَزَ أفضلَ نتيجةٍ؟

فكرة الدرس

أقارنُ بينَ الأعدادِ النسبيةِ، وأرتبها.

يمكنُ المقارنةُ بينَ عددينِ نسبيينِ بطريقةِ الحسابِ الذهنيِّ، وذلكَ بتحديدِ أقربِهما إلى القيمِ المَرَجِعيَّةِ: 0 ، $\frac{1}{2}$ ، 1 .

مثال 1

أضعُ إشارةَ $>$ أو $<$ أو $=$ في \square ؛ لتصبحَ كلُّ جملةٍ ممَّا يأتي صحيحةً:

① $\frac{5}{8} \square \frac{3}{10}$

بما أنَّ $\frac{1}{2} > \frac{3}{10}$ و $\frac{5}{8} > \frac{1}{2}$ فإنَّ $\frac{5}{8} > \frac{3}{10}$

② $3\frac{1}{2} \square \frac{3}{5}$

بما أنَّ $3\frac{1}{2} > 1$ و $\frac{3}{5} < 1$ فإنَّ $3\frac{1}{2} > \frac{3}{5}$

③ $|- \frac{1}{4}| \square -0.5$

بما أنَّ $|- \frac{1}{4}| = \frac{1}{4}$ ، و $\frac{1}{4}$ عددٌ موجبٌ، و -0.5 عددٌ سالبٌ،

إذن، $|- \frac{1}{4}| > -0.5$

أتحقَّقُ من فهمي: ✓

④ $\frac{3}{4} \square \frac{2}{6}$

⑤ $- \frac{1}{2} \square 1$

⑥ $|- \frac{1}{3}| \square 1.5$

الوحدة 1

يمكنني مقارنة الأعداد النسبية وترتيبها بتحويلها إلى الصيغة العشرية، ثم تمثيلها على خط الأعداد، ومقارنتها بحسب مواقعها.

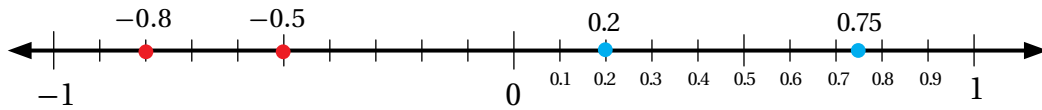
مثال 2 أرّتب الأعداد النسبية في كلِّ ممّا يأتي تصاعدياً (من الأصغر إلى الأكبر):

1 0.2 , $\frac{3}{4}$, -0.8 , $-\frac{1}{2}$

الخطوة 1 أحوّل الأعداد النسبية المكتوبة على صورة كسر $\frac{a}{b}$ إلى الصيغة العشرية:

$$\frac{3}{4} = 0.75 \quad -\frac{1}{2} = -0.5$$

الخطوة 2 أمثل الأعداد الناتجة على خط الأعداد:



أرّتب الأعداد النسبية بالنظر إلى موقعها على خط الأعداد: $-0.8 < -0.5 < 0.2 < 0.75$
إذن، الترتيب التصاعدي للأعداد، هو: -0.8 , $-\frac{1}{2}$, 0.2 , $\frac{3}{4}$

أتحقّق من فهمي: ✓

2 $\frac{7}{10}$, $-\frac{3}{5}$, $|-0.15|$, -0.85

أحياناً، يمكن مقارنة الأعداد النسبية وترتيبها بتحويلها أيضاً إلى صورة كسر $\frac{a}{b}$ ، ثم توحيد مقاماتها ثم مقارنة قيم البسط فيها.

مثال 3 أرّتب الأعداد النسبية في كلِّ ممّا يأتي ترتيباً تنازلياً (من الأكبر إلى الأصغر):

1 $\frac{1}{12}$, $\frac{2}{3}$, 0.35

الخطوة 1 أحوّل الأعداد النسبية المكتوبة بالصيغة العشرية إلى صورة كسر $\frac{a}{b}$:

$$0.35 = \frac{35}{100} = \frac{35 \div 5}{100 \div 5} = \frac{7}{20} \quad \text{بقسمة البسط والمقام على العامل المشترك الأكبر (5)}$$

الخطوة 2 أوحّد المقامات جميعها عن طريق المضاعف المشترك الأصغر (60) للأعداد 12، 3، 20:

$$\frac{1}{12} = \frac{5}{60}$$

$$\frac{2}{3} = \frac{40}{60}$$

$$\frac{7}{20} = \frac{21}{60}$$

الخطوة 3 أقرن وأرتب عن طريق البسط؛ لأن المقامات جميعها متساوية:

$$5 < 21 < 40 \rightarrow \frac{40}{60} > \frac{21}{60} > \frac{5}{60}$$

إذن، الترتيب التنازلي للأعداد، هو: $\frac{2}{3}$ ، 0.35 ، $\frac{1}{12}$

أتحقّق من فهمي: 

2 $-\frac{1}{5}$ ، -0.15 ، $\frac{7}{10}$

أتدرب 
وأحلّ المسائل

أضع إشارة > أو < أو = في □؛ لتصبح كل جملة ممّا يأتي صحيحة:

1 $\frac{1}{3}$ □ $\frac{3}{5}$

2 $\frac{-5}{8}$ □ $\frac{-2}{7}$

3 0.4 □ $|\frac{-7}{8}|$

4 $-1\frac{3}{5}$ □ -1.6

5 $-1\frac{1}{2}$ □ $\frac{4}{7}$

6 $1\frac{8}{20}$ □ -1.6

أرتب الأعداد النسبية الآتية تصاعدياً:

7 -1.8 ، $1\frac{9}{10}$ ، -1.25

8 -0.3 ، 0.5 ، 0.55 ، 0.35

9 |3.5| ، |-1.8| ، 4.6 ، $3\frac{2}{5}$ ، |2.7|

الوحدة 1

أرتب الأعداد النسبية الآتية تنازلياً:

10 -0.6 ، $-\frac{5}{8}$ ، $\frac{7}{12}$ ، -0.75

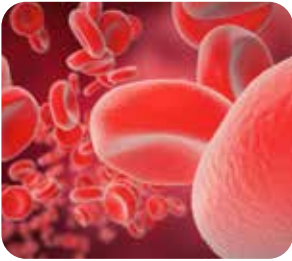
11 $\frac{3}{4}$ ، $-\frac{7}{10}$ ، $-\frac{3}{4}$ ، $\frac{8}{10}$

12 $|-6.3|$ ، -7.2 ، 8 ، $|5|$ ، -6.3



علوم: يتجمد الماء عند درجة حرارة 0°C ، وتقل درجة تجمده عند إضافة الملح إليه. أضافت جنى كميات مختلفة من الملح إلى أربع عينات من الماء، وكانت تقيس درجة تجمد العينة كل مرة. أرتب العينات حسب كمية الملح المضافة إليه، من الأكثر إلى الأقل.

العينة	A	B	C	D
درجة التجمد ($^{\circ}\text{C}$)	$-1\frac{1}{4}$	-0.1	-1.1	$-1\frac{2}{5}$



تغذية: إذا كانت كمية الحديد في صحن من السبانخ 6.4 mg ، وفي صحن من حبوب الصويا $\frac{34}{4}\text{ mg}$ ، فأحدُّ أيُّهما يحتوي على كمية أكبر من الحديد: السبانخ أم حبوب الصويا.

هل الكسور: $\frac{3}{12}$ ، $\frac{3}{11}$ ، $\frac{3}{10}$ مرتبة تصاعدياً (من الأصغر إلى الأكبر) أم تنازلياً (من الأكبر إلى الأصغر)؟ أبرر إجابتي.

معلومة

الحرف (C) اختصاراً لكلمة (Celsius)؛ وهي إحدى وحدات قياس درجة الحرارة.

13

معلومة

للحديد أهمية كبيرة لجسم الإنسان؛ فهو يساهم في إنتاج خلايا الدم الحمراء.

14

أتعلم

إذا تساوت الأعداد في البسط وختلفت في المقام فإن الكسر ذا المقام الأكبر يكون الكسر الأصغر.

15



سباق: في سباقٍ للدراجاتِ حُسِبَ الوسطُ الحسابيُّ للزمنِ الذي استغرَقَهُ المتسابقونَ للوصولِ إلى نُقْطَةِ التَّهْيَةِ. إذا كانَ الجدولُ التالي يبيِّنُ الفَرْقَ بينَ زمنِ وصولِ 5 مُتسابقينَ عنِ المتوسِّطِ، فأرتَّبُ اللاعِبينَ مِنَ الأَسْرَعِ إلى الأَبْطَأ:

المتسابقُ	أحمدُ	محمدُ	عبدُ العزیزِ	خالدُ	عمرُ
زمنُ الوصولِ أَكْثَرُ مِنَ الوَسْطِ الحِسابيِّ أَوْ أَقَلُّ مِنْهُ (بالدَّقِيقَةِ)	-1.25	$1\frac{9}{10}$	$1\frac{2}{5}$	1	-1.8

أعودُ إلى فِقرَةِ (أستكشِفُ) بدايةَ الدَّرْسِ، وأحلُّ المسأَلَةَ.

مهاراتُ التفكيرِ العُلْيَا

تبرير: لماذا يقلُّ العددُ 0.25 عن العددِ $0.\overline{25}$ ؟ أو وضحْ إجابتي.

تبرير: إذا علمتُ ترتيبَ خمسةِ أعدادٍ نسبيَّةٍ سالبةٍ تصاعديًّا (من الأصغرِ إلى الأكبرِ) فكيفَ يمكنُ أنَ أستخدمَ هذهَ المعلومةَ في ترتيبِ معكوساتِ تلكَ الأعدادِ؟ أو وضحْ إجابتي.

أتذكَّرُ

معكوسُ العددِ النسبيِّ a هو $-a$

تحدُّ: a, b, c ثلاثة أعدادٍ تُحَقِّقُ ما يأتي:

$$c > b, a > b, c > a$$

أيُّ هذه الأعدادِ هو الأكبرُ؟

أكتبُ أصفُ كيفيةَ ترتيبِ ثلاثةِ أعدادٍ نسبيَّةٍ تصاعديًّا، أحدها موجبٌ والآخرُ سالبٌ، أمَّا الثالثُ فصفهُ.



أستكشفُ

في أحدِ أسابيعِ الصَّيفِ الحارَّةِ
انخَفَضَ مُستوى الماءِ في قناةِ الملكِ
عبدِ اللهِ $m \frac{2}{3}$ ، وفي الأسبوعِ الَّذِي
يليه انخَفَضَ مستوى الماءِ $m \frac{1}{9}$
مرَّةً أُخرى. ما مقدارُ الانخِفاضِ في
الأسبوعَيْنِ؟



فكرة الدرس

أَجْمَعُ الأَعْدَادَ النَّسِيبِيَّةَ،
وأَطْرَحُهَا.

المصطلحات

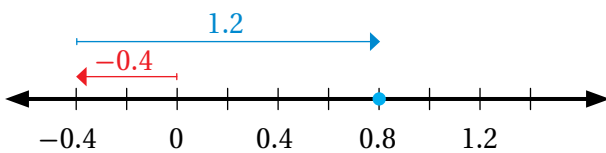
النظيرُ الجَمْعِيُّ.

يمكنُ استِعمالُ خطِّ الأَعْدَادِ في جَمْعِ الأَعْدَادِ النَّسِيبِيَّةِ وَطَرَجِهَا.

مثال 1

أستعملُ خطَّ الأَعْدَادِ لإيجادِ ناتجِ كلِّ ممَّا يأتي:

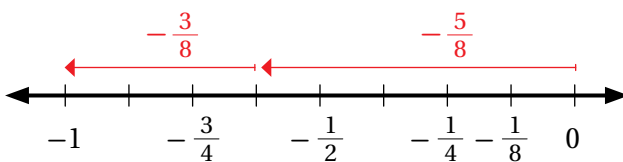
1 $-0.4 + 1.2$



أبدأُ مِنَ العددِ 0، وَأَتَحَرَّكُ 0.4 وحداتٍ
إلى اليسارِ، ثُمَّ 1.2 وحدةً إلى اليمينِ

ألاحظُ أنَّ نُقْطَةَ الانْتِهَاءِ عِنْدَ 0.8؛ لَذا $-0.4 + 1.2 = 0.8$

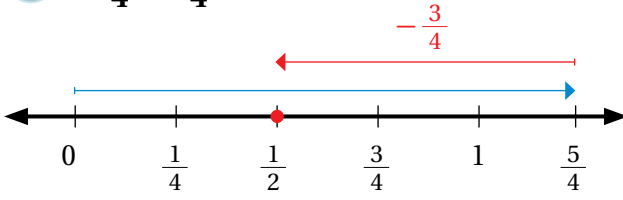
2 $-\frac{5}{8} + (-\frac{3}{8})$



أبدأُ مِنَ العددِ 0، وَأَتَحَرَّكُ $\frac{5}{8}$ وحداتٍ
إلى اليسارِ، ثُمَّ $\frac{3}{8}$ وحدةً إلى اليسارِ

ألاحظُ أنَّ نُقْطَةَ الانْتِهَاءِ عِنْدَ -1؛ لَذا $-\frac{5}{8} + (-\frac{3}{8}) = -1$

$$3 \quad 1 \frac{1}{4} - \frac{3}{4}$$



أبدأ من العدد 0، وأتحرك $1 \frac{1}{4}$ وحدة إلى اليمين، ثم
أتحرك $\frac{3}{4}$ وحدات إلى اليسار من $1 \frac{1}{4}$

$$1 \frac{1}{4} - \frac{3}{4} = \frac{1}{2} \quad \text{لذا } \frac{1}{2} \text{ نقطة الانتهاء عند}$$

أتحقق من فهمي: ✓

$$4 \quad -0.9 + 2.1$$

$$5 \quad -\frac{5}{9} + \left(-\frac{1}{9}\right)$$

$$6 \quad 2\frac{1}{7} - \frac{5}{7}$$

حين أجمع أو أطرح عددين نسبيين لهما مقامان مختلفان، أجد المضاعف المشترك الأصغر (م.م.أ) للمقامين، ثم أجد عددًا نسبيًا مكافئًا لأحد العددين أو كليهما. أجمع البسطين أو أطرحهما، ثم أكتب الناتج فوق المقام نفسه.

أجد ناتج كل مما يأتي:

مثال 2

$$1 \quad -\frac{1}{3} + \frac{1}{4}$$

$$\begin{aligned} -\frac{1}{3} + \frac{1}{4} &= \frac{-1 \times 4}{3 \times 4} + \frac{1 \times 3}{4 \times 3} = -\frac{4}{12} + \frac{3}{12} \\ &= \frac{-4 + 3}{12} \\ &= -\frac{1}{12} \end{aligned}$$

أجد (م.م.أ) للمقامين، وهو 12

أجمع

$$2 \quad -\frac{1}{2} - \frac{1}{8}$$

$$\begin{aligned} -\frac{1}{2} - \frac{1}{8} &= \frac{-1 \times 4}{2 \times 4} - \frac{1 \times 1}{8 \times 1} \\ &= \frac{-4 - 1}{8} \\ &= -\frac{5}{8} \end{aligned}$$

أجد (م.م.أ) للمقامين، وهو 8

أطرح

$$3 \quad 0.5 + \left(-\frac{1}{4}\right)$$

$$\begin{aligned} 0.5 + \left(-\frac{1}{4}\right) &= 0.5 + (-0.25) \\ &= 0.5 - 0.25 = 0.25 \end{aligned}$$

أحوّل الكسر الفعلي إلى كسر عشري

أطرح

الوحدة 1

أتحقق من فهمي: 

4 $-\frac{2}{5} + \frac{7}{15}$

5 $-\frac{1}{3} - \frac{1}{6}$

6 $\frac{1}{2} + (-0.3)$

مثال 3 أجد ناتج كلِّ ممَّا يأتي:

1 $-3\frac{1}{2} + 2\frac{5}{6}$

$$\begin{aligned} -3\frac{1}{2} + 2\frac{5}{6} &= -\frac{7}{2} + \frac{17}{6} \\ &= -\frac{21}{6} + \frac{17}{6} \\ &= \frac{-21 + 17}{6} \\ &= \frac{-4}{6} = -\frac{2}{3} \end{aligned}$$

الطريقة 1: أحوّل الأعداد الكسريّة إلى كسور غير فعليّة ثمّ أجمّعها.

أحوّل العدد الكسريّ إلى كسر غير فعليّ

أجد (م. م. أ.) للمقامات، وهو 6

أجمع

أجد الناتج في أبسط صورة

الطريقة 2: أجمع الأعداد الكلّيّة، وأجمع الكسور

أجزئ الأعداد الكسريّة

أجمع الأعداد الكلّيّة مع بعضها، والكسور الفعليّة مع بعضها

أجمع الأعداد الكلّيّة

أجمع الكسور، وأجد الناتج في أبسط صورة

$$\begin{aligned} -3\frac{1}{2} + 2\frac{5}{6} &= -3 + (-\frac{1}{2}) + 2 + \frac{5}{6} \\ &= [-3+2] + [(-\frac{1}{2}) + \frac{5}{6}] \\ &= -1 + (-\frac{3}{6}) + \frac{5}{6} \\ &= -1 + \frac{2}{6} = -\frac{2}{3} \end{aligned}$$

2 $-1\frac{1}{9} - 3\frac{1}{6}$

$$\begin{aligned} -1\frac{1}{9} - 3\frac{1}{6} &= -\frac{10}{9} - \frac{19}{6} \\ &= -\frac{10 \times 2}{9 \times 2} - \frac{19 \times 3}{6 \times 3} \\ &= -\frac{20}{18} - \frac{57}{18} = \frac{-20 - 57}{18} \\ &= -\frac{77}{18} = -4\frac{5}{18} \end{aligned}$$

أحوّل الأعداد الكسريّة إلى كسور غير فعليّة

أجد (م. م. أ.) للمقامات، وهو 18

أطرح

أكتب الناتج في صورة عدد كسريّ

أتحقق من فهمي: 

3 $-2\frac{1}{3} + 4\frac{5}{12}$

4 $-3\frac{1}{4} - 1\frac{3}{5}$

عند جمع أي عددٍ نسبيٍّ إلى معكوسه يكون الناتج صفرًا؛ لذلك يُسمَّى كلُّ منهما نظيرًا جَمْعِيًّا (additive inverse) للآخر.

مثال 4 أجد ناتج كلِّ مما يأتي:

1 $2.4 + -\frac{12}{5}$

$$2.4 + -\frac{12}{5} = 2.4 + -2.4$$

$$= 0$$

أحوّل الكسر غير الفعليّ إلى عددٍ عشريٍّ

خاصية النظير الجمعيّ

2 $5\frac{1}{2} + 3\frac{1}{4} + -\frac{11}{2}$

$$5\frac{1}{2} + 3\frac{1}{4} + -\frac{11}{2} = \frac{11}{2} + \frac{13}{4} + -\frac{11}{2}$$

$$= \frac{11}{2} + -\frac{11}{2} + \frac{13}{4}$$

$$= 0 + \frac{13}{4} = \frac{13}{4}$$

أحوّل الأعداد الكسريّة إلى كسورٍ غير فعليةٍ

الخاصية التبادلية

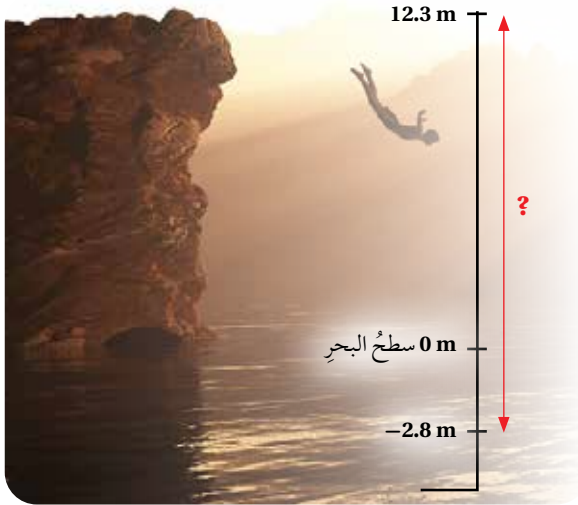
خاصية النظير الجمعيّ

أتحقّق من فهمي: 

3 $-3.7 + 3.7$

4 $6\frac{1}{4} + -5.2 + -6.25$

مثال 5: من الحياة



رياضة بحريّة: قفز أيمن من ارتفاع 12.3 m فوق سطح البحر، وعند ملامسته سطح الماء، غاص إلى الأسفل 2.8 m. أستخدم الأعداد النسبية لإيجاد الفرق بين موقع قفز أيمن والعمق الذي وصل إليه تحت سطح الماء.

يمكن اعتبار الارتفاع فوق مستوى سطح البحر قيمة موجبة، والذي تحت سطح البحر قيمة سالبة، أي إن أيمن قطع 12.3 m فوق سطح البحر، و 2.8 m - تحت سطح البحر.

$$12.3 - (-2.8)$$

$$= 12.3 + 2.8$$

$$= 15.1$$

الفرق بين الارتفاعين

أجمع

أي إن الفرق بين موقع قفز أيمن والعمق الذي وصل إليه تحت سطح الماء هو 15.1 m

الوحدة 1

أتحقق من فهمي:

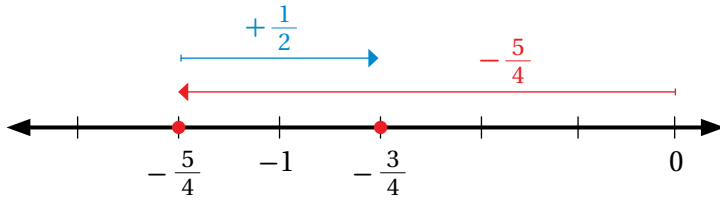


علوم: في إحدى تجارب العلوم، سكبتم سمر $L \frac{3}{4}$ من السائل من دَوْرَقٍ زجاجيٍّ، وبعدَ مُرورِ 7 دقائقَ سَكَبْتُم $L \frac{1}{6}$ من الدَّوْرَقِ نَفْسِهِ. كمَ لتراً نقصَ الدَّوْرَقُ؟

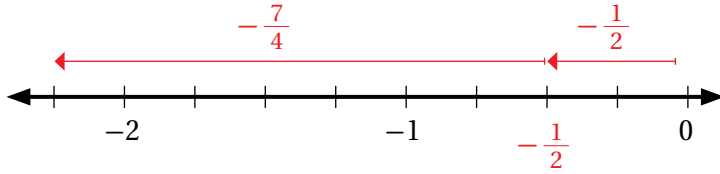
أكتبُ العبارةَ العدديَّةَ التي تمثِّلُ كلَّ خطِّ أعدادٍ ممَّا يأتي، ثمَّ أجدُ الناتجَ:

أتدرب وأحل المسائل

1



2



أجدُ ناتجَ كلِّ ممَّا يأتي:

3 $-1.3 + 1.3$

4 $-\frac{3}{10} + (-\frac{1}{10})$

5 $3\frac{1}{8} - \frac{7}{8}$

6 $\frac{-4}{9} + \frac{2}{3}$

7 $0.75 + (-\frac{1}{4})$

8 $-1\frac{1}{5} + 2\frac{3}{15}$

9 $-1\frac{1}{6} - 2\frac{1}{9}$

10 $4.2 - (-8.5)$

أتذكر

لِجَمْعِ عَدَدَيْنِ عَشْرِيَّيْنِ، أَوْ طَرَحِهِمَا، أرتَّبُهُمَا رَأْسِيًّا بِحَيْثُ تَكُونُ الْفَاصِلَتَانِ الْعَشْرِيَّتَانِ إِحْدَاهُمَا فَوْقَ الْأُخْرَى، ثُمَّ أَجْمَعُ الْأَرْقَامَ، أَوْ أَطْرَحُهُمَا فِي الْمَنَازِلِ نَفْسِهَا.

11 **البحرُ الميِّتُ:** يُعَدُّ الْبَحْرُ الْمَيِّتُ أَوْخَفَّ نَقْطَةٍ عَلَى سَطْحِ الْأَرْضِ؛ إِذْ يَبْلُغُ انْخِفَاضُ سَطْحِهِ 417.5 m تَحْتَ سَطْحِ الْبَحْرِ، وَتُعَدُّ قِمَّةُ جَبَلِ إِفْرِسْتِ أَعْلَى نَقْطَةٍ عَلَى سَطْحِ الْأَرْضِ، وَيَبْلُغُ ارْتِفَاعُهَا 8844.43 m فَوْقَ سَطْحِ الْبَحْرِ. أَحْسِبُ الْمَسَافَةَ بَيْنَ أَعْلَى نَقْطَةٍ وَأَوْخَفَّ نَقْطَةٍ عَلَى سَطْحِ الْأَرْضِ.

إرشاد

يمكن جمع ثلاثة أعداد نسبية أو أكثر جمعاً مباشراً كما يأتي:

- إذا كان لها المقام نفسه نجمع البسط، ونبسط المقام.
- إذا اختلفت مقاماتها نجد كسوراً مكافئة لكل منها بمقام موحد، ثم نجمع.

12

هندسة: اشترت ليلي $m \frac{3}{8}$ من السلك لعمل أشكال هندسية؛ وعرضها في حصة الرياضيات، استعملت منها $m \frac{1}{8}$ ، كم متراً بقي من السلك؟ أكتب الناتج في أبسط صورة.

13

علوم: تبلغ مدة الحمل لدى الضأن $\frac{5}{12}$ من السنة تقريباً، ومدة الرضاعة $\frac{1}{4}$ سنة تقريباً. ما مجموع مدتي الحمل والرضاعة؟

أجد ناتج كل مما يأتي في أبسط صورة:

14 $5 \frac{7}{10} + 2 \frac{3}{10} - 11$

15 $-\frac{1}{4} - \frac{1}{8} + 5 \frac{6}{8}$

أحسب قيمة كل عبارة جبرية مما يأتي باستعمال قيم المتغيرات المعطاة:

16 $1 \frac{7}{8} + x$, $x = -2 \frac{5}{6}$

17 $x - \frac{7}{16}$, $x = \frac{-1}{8}$

18 $x + |y|$, $x = 38.1$, $y = -6.1$ 19 $|x + y|$, $x = \frac{2}{3}$, $y = -0.75$

20

أعود إلى فقرة (أستكشف) بداية الدرس، وأحل المسألة.

مهارات التفكير العليا

21

أكتشف الخطأ: حل مراد مسألة الجمع كما يأتي:

$$\frac{6}{8} + \left(-\frac{2}{4}\right) = \frac{6-2}{8+4} = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$$

أبين الخطأ الذي وقع فيه، ثم أصححه.

22

تبرير: سألت معلمة الرياضيات: ما إشارة ناتج الطرح $\frac{5}{9} - \frac{5}{11}$ ؟ فأجابته فرح مباشرة: سالبة. أبرر كيف عرفت فرح الإجابة.

23

تبرير: هل ناتج جمع عددين نسبيين هو عدد نسبي دائماً؟ أبرر إجابتي.

24

أكتب: أكتب كيف أجمع عددين نسبيين مقامهما مختلفان.

معلومة

من أشهر علماء الرياضيات في الحضارة الإسلامية غياث الدين الكاشي؛ إذ يُعد مبتكر الكسور العشرية.

أستكشف



زرع أحمد وزملاؤه عددًا من الأشجار في حديقة المدرسة، وبعد الانتهاء من زراعتها، أضافوا إلى كل شجرة ثلاثة أرباع الكوب من السماد؛ لتزويد التربة بالعناصر الضرورية. إذا كان لديهم 60 كوبًا من السماد، فكم شجرة يمكنهم أن يضيفوا إليها سمادًا؟

فكرة الدرس

أضرب أعدادًا نسبية، وأقسمها.

المصطلحات

النظير الضربي.

ضرب الأعداد النسبية

مفهوم أساسي

• بالكلمات عند ضرب كسرين، أضرب البسط في البسط، ثم أضرب المقام في المقام.

• بالرموز $\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}$ ، حيث $a \neq 0, d \neq 0$

مثال 1

أجد ناتج الضرب في أبسط صورة:

$$\begin{aligned} 1 \quad \frac{2}{7} \times \frac{1}{6} &= \frac{\cancel{2}^1}{7} \times \frac{1}{\cancel{6}_3} \\ &= \frac{1 \times 1}{7 \times 3} = \frac{1}{21} \end{aligned}$$

أقسم كلاً من العددين 2، 6 على عاملها المشترك الأكبر (2)

أضرب البسطين، وأضرب المقامين

$$2 \quad -\frac{3}{8} \times \frac{2}{9} = -\frac{\cancel{3}^1}{\cancel{8}_4} \times \frac{\cancel{2}^1}{\cancel{9}_3}$$

أقسم العددين 2، 8 على عاملها المشترك الأكبر (2)،

وأقسم العددين 3، 9 على عاملها المشترك الأكبر (3)

$$\begin{aligned} &= \frac{-1 \times 1}{4 \times 3} = \frac{-1}{12} \end{aligned}$$

أطبّق قواعد ضرب الأعداد الصحيحة لتحديد إشارة ناتج ضرب البسطين أو المقامين.

أحدّد إشارة الناتج، ثم أضرب البسطين، وأضرب المقامين

$$③ -2\frac{1}{2} \times 4\frac{2}{3}$$

$$-2\frac{1}{2} \times 4\frac{2}{3} = -\frac{5}{2} \times \frac{14}{3}$$

أحوّل الأعداد الكسريّة إلى كُسورٍ غيرِ فعليّةٍ

التذكّر

عند ضرب الكسور، يمكن اختصار أيّ بسطٍ مع أيّ مقامٍ في أيّ كسرٍ آخر.

$$= -\frac{5}{\cancel{2}_1} \times \frac{\cancel{14}^7}{3}$$

أقسم على العوامل المشتركة

$$= -\frac{5 \times 7}{1 \times 3} = -\frac{35}{3}$$

أحدّد إشارة الناتج، ثمّ أضرب البسطين، وأضرب المقامين

أتحقّق من فهمي: 

$$④ \frac{-12}{15} \times \frac{3}{6}$$

$$⑤ \left(-\frac{2}{6}\right) \times \left(-\frac{1}{5}\right)$$

$$⑥ -2 \times \left(-3\frac{1}{5}\right)$$

$$⑦ \left(-6\frac{1}{2}\right) \times \left(2\frac{1}{3}\right)$$

يمكن ضرب عدديّن نسبيّين على صورة كسرينٍ عشريّين، بحيثُ نطبّق قواعد ضرب الأعداد الصحيحة لتحديد إشارة الناتج.

مثال 2 أجد ناتج الضرب في كلّ ممّا يأتي:

$$① -2.5 \times -8$$

$$-25 \times -8 = 200$$

$$-2.5 \times -8 = 20.0$$

$$= 20$$

أحدّد إشارة الناتج، ثمّ أضرب العددين من دون فواصل

أضع الفاصلة العشريّة بعد منزلةٍ عشريّةٍ واحدةٍ من اليمين

$$② -1.25 \times 1.64$$

$$-125 \times 164 = -20500$$

$$-1.25 \times 1.64 = -2.0500$$

$$= -2.05$$

أحدّد إشارة الناتج، ثمّ أضرب العددين من دون فواصل

أضع الفاصلة العشريّة بعد 4 منازلٍ من اليمين

الوحدة 1

3 $-4.2 \times 1 \frac{1}{2}$

لضرب العددين النسبيين نكتبهما بالصورة نفسها.

الطريقة 2: كتابتهما بصورة كسر غير فعلي.

$$\begin{aligned} -4.2 \times 1 \frac{1}{2} &= -4 \frac{2}{10} \times 1 \frac{1}{2} \\ &= \frac{-42}{10} \times \frac{3}{2} \\ &= \frac{-126}{20} = \frac{-63}{10} \\ &= -6 \frac{3}{10} \end{aligned}$$

الطريقة 1: كتابتهما بصورة عشرية.

$$\begin{aligned} -4.2 \times 1 \frac{1}{2} &= -4.2 \times 1.5 \\ &= -6.30 \\ &= -6.3 \end{aligned}$$

أتدقق من فهمي: 

4 -4.6×5

5 -2.4×-0.66

6 $6.4 \times -2 \frac{1}{5}$

إذا كان ناتج ضرب عددين يساوي (1) فإن كلاً منهما يسمى **نظيراً ضربياً** (multiplicative inverse) للآخر، أو مقلوباً للعدد الآخر. فمثلاً، يُسمى كلٌّ من العددين النسبيين $\frac{5}{2}$ ، $\frac{2}{5}$ نظيراً ضربياً للآخر؛ لأن حاصل ضربهما هو 1.

قسمة الأعداد النسبية

مفهوم أساسي

• **بالكلمات:** لقسمة العدد النسبي $\frac{a}{b}$ على العدد النسبي $\frac{c}{d}$ أضرب في النظير الضربي (مقلوب) $\frac{c}{d}$ ، ثم أطبق قواعد ضرب الأعداد الصحيحة؛ لتحديد إشارة ناتج القسمة.

• **بالرموز:** $\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c}$ ، حيث $b, c, d \neq 0$

مثال 3 أجد ناتج القسمة في أبسط صورة:

1 $-\frac{1}{4} \div (-\frac{3}{5})$

$$-\frac{1}{4} \div (-\frac{3}{5}) = -\frac{1}{4} \times (-\frac{5}{3})$$

$$= \frac{-1 \times -5}{4 \times 3} = \frac{5}{12}$$

أضرب في النظير الضربي للعدد $-\frac{3}{5}$

أحدد إشارة الناتج، ثم أضرب البسطين، وأضرب المقامين

$$2 \quad -3 \div (2\frac{1}{3})$$

$$-3 \div (2\frac{1}{3}) = -\frac{3}{1} \div \frac{7}{3}$$

$$= -\frac{3}{1} \times \frac{3}{7}$$

$$= \frac{-3 \times 3}{1 \times 7} = -\frac{9}{7}$$

$$= -1\frac{2}{7}$$

أكتبُ كلاً منَ المقسومِ والمقسومِ عليه على صورة كسرٍ $\frac{a}{b}$

أضربُ في النَّظيرِ الضَّرْبِيِّ للمقسومِ عليه

أحدِّدُ إشارةَ الناتجِ، ثمَّ أضربُ البسطينِ، وأضربُ المقامَيْنِ

أحوِّلُ الكسرَ غيرَ الفِعْلِيِّ إلى عددٍ كسريٍّ

أتحققُ من فهمي:



$$3 \quad 6 \div \frac{1}{9}$$

$$4 \quad -\frac{2}{10} \div \frac{4}{15}$$

$$5 \quad (-7\frac{1}{3}) \div \frac{1}{2}$$

مثال 4

أجدُ ناتجَ القِسْمَةِ في كلِّ ممَّا يأتي:

$$1 \quad -7.56 \div 0.24$$

$$-7.56 \div 0.24 = \frac{-7.56 \times 100}{0.24 \times 100} = \frac{-756}{24}$$

$$= -31.5$$

أضربُ في $\frac{100}{100}$ ؛ لأنَّ 0.24 تحتوي على منزلتين عشريَّتين

أقسمُ قِسْمَةً طويلاً

$$2 \quad -2.28 \div -9\frac{1}{2}$$

$$-2.28 \div -9\frac{1}{2} = -2.28 \div -9.5$$

$$= \frac{-2.28 \times 10}{-9.5 \times 10} = \frac{-22.8}{-95}$$

$$= 0.24$$

أحوِّلُ الكسرَ العاديَّ إلى كسرٍ عشريٍّ

أضربُ في $\frac{10}{10}$ ؛ لأنَّ -9.5 تحتوي على منزلةٍ عشريَّةٍ واحدةٍ

أقسمُ قِسْمَةً طويلاً

أتحققُ من فهمي:



$$3 \quad 7.7 \div -14$$

$$4 \quad -47.6 \div -1.7$$

$$5 \quad 97.8 \div 1\frac{1}{2}$$

الوحدة 1

أْتَدْرِبُ وَأَحْلُ الْمَسَائِلَ

إرشاد

أحوّل العدد الكسريّ إلى كسر غير فعليّ، ثمّ أنمّم عملية الضرب.

أجدُ ناتج الضرب في أبسط صورة:

- 1 $\frac{3}{4} \times \frac{6}{9}$ 2 $\frac{-1}{7} \times \frac{2}{3}$ 3 $11 \times \frac{5}{8}$
 4 $(\frac{6}{8}) \times (-3 \frac{1}{2})$ 5 $2 \frac{3}{5} \times 2 \frac{1}{6}$ 6 $9 \times (-1 \frac{2}{7})$
 7 $-1.7 \times (-0.93)$ 8 $2.04 \times (-1.9)$ 9 $11.4 \times 1 \frac{4}{5}$

أجدُ ناتج القسمة في أبسط صورة:

- 10 $11 \div \frac{2}{3}$ 11 $\frac{4}{6} \div \frac{1}{12}$
 12 $5 \frac{3}{4} \div \frac{2}{7}$ 13 $76.68 \div (-2.4)$
 14 $14.88 \div 1 \frac{1}{5}$ 15 $-119.35 \div (-3 \frac{1}{10})$

16 **طاووس:** يُعدُّ الطاووس واحدًا من أكبر الطيور، ويمثّل ذيله 60% من طول الكليّ، إذا كان طول أحدها 145 cm، فكَم يبلغ طول ذيله؟

17 **خياطة:** يحتاج خياطٌ إلى $2 \frac{1}{4} \text{ m}^2$ من القماش لتجهيز ثوبٍ واحدٍ، كم ثوبًا يمكنه تجهيزه باستعمال 14m² من القماش؟

مهارات التفكير العليا

18 **أكتشف الخطأ:** وجدت فاطمة ناتج:

$$-3 \frac{3}{8} \times (-4 \frac{1}{3}) = 12 \frac{1}{8}$$

أكتشف خطأ فاطمة، ثمّ أصحّحه.

19 **مسألة مفتوحة:** أجدُ كسرين ناتج ضربهما أكبر من النصف، وأصغر من الواحد.

20 **أكتب** أكتب فقرة قصيرةً أبين فيها لماذا يكون ناتج ضرب الكسر $\frac{1}{4}$ في نفسه أقل من $\frac{1}{4}$.

أتعلّم

يُستخدَم مصطلح (مسألة مفتوحة) للمسائل التي لها أكثر من إجابة صحيحة.



رحلة: انطلقت شدى في رحلة بسيارتها، فاستهلكت 6.3 L من الوقود، ثم توقفت عند المحطة وزودتها بمقدار 15 L من الوقود، وأكملت رحلتها، فاستهلكت السيارة $11\frac{4}{5}$ L أخرى، وعند نهاية الرحلة بقي في السيارة 8.9 L

ما كمية الوقود التي كانت في خزان السيارة بداية الرحلة؟



فكرة الدرس

أحل مسائل باستخدام خطة «الحل العكسي».

أفهم

1

المعطيات: استهلكت السيارة 6.3 L و $11\frac{4}{5}$ L من الوقود، وزودتها شدى بمقدار 15 L، وبقي فيها 8.9 L **المطلوب:** إيجاد كمية الوقود في خزان السيارة بداية الرحلة.

أخط

2

أستخدم خطة الحل العكسي حين تكون النتيجة النهائية لسلسلة من الخطوات الحسابية معطاة، والمطلوب إيجاد القيمة التي بدأت بها تلك السلسلة، إذن، أبدأ بالقيمة النهائية، وهي 8.9 L، وأحل عكسياً.

أحل

3

كمية الوقود المتبقية في السيارة
 $8.9 + 11\frac{4}{5}$
 $= 8.9 + 11.8$
 $= 20.7$
 $20.7 - 15 = 5.7$
 $5.7 + 6.3 = 12$

أجمع كمية الوقود التي استهلكتها السيارة بعد تزويدها بالوقود
 أطرُح كمية الوقود التي أضيفت
 أجمع الكمية التي استهلكتها السيارة قبل ملئها بالوقود
 إذن، كانت كمية الوقود في السيارة بداية الرحلة 12 L

أتحقق

4

أفترض أن ما كان في السيارة 12 L من الوقود، ثم أطرُح كميات الاستهلاك، وأجمع الكمية التي أضيفت إليها في محطة الوقود. فهل الناتج النهائي 8.9 L؟

أُتدَرَّبُ وأحلّ المسائل

- 1 **أغذية:** اشترى فيصلُ علبةَ عصيرٍ، واستهلكَ $\frac{1}{3}$ L منها مُدَّةَ يومين، وبقيَ لديه $\frac{1}{8}$ L. أجدُ سَعَةَ علبةِ العصيرِ التي اشتراها.
- 2 **هدية:** اشتركَ محمودٌ ويارا وآلاءُ في شراءِ هديةٍ لوالديهم بالتساوي، فدفعوا 16.25 دينارًا ثمناً للهدية، شاملاً دينارًا ونصفًا ثمناً للتغليف، و 2.75 ثمناً للتوصيل، ودفعَت آلاءُ ثمنَ التغليفِ والتوصيلِ. ما المبلغُ الذي دفعَهُ كلُّ من يارا ومحمودِ؟
- 3 **تبرعات:** معَ عادةٍ مبلغٍ من المالِ تبرَّعتْ منه بمبلغِ 17.5 دينارًا، ثمَّ اشترتْ حقيبةً ثمنها $9\frac{1}{4}$ دينارًا، وبقيَ معها 34.4 دينارًا. ما المبلغُ الذي كانَ معها في البداية؟
- 4 **تجارة:** ينقصُ سعرُ سيَّارةٍ بمقدارِ 350 دينارًا سنويًا، فأصبحَ سعرُها بعدَ خمسِ سنواتٍ 10200 دينارًا. أجدُ سعرَ السيَّارةِ الأصليِّ.
- 5 **حافلات:** صعدَ عددٌ من الرُّكَّابِ حافلةً، وفي المحطَّةِ الأولى نزلَ راكبانِ وصعدَ 5 رُكَّابٍ جُدُدٍ؛ فأصبحَ عددُ رُكَّابِ الحافلةِ 25 راكبًا. ما عددُ الرُّكَّابِ في البداية؟
- 6 **فنون:** في مرسومِ المدرسةِ كميَّةٌ من الألوانِ السائلةِ، استهلكَ طلبةُ الصَّفِّ السابعِ $1\frac{1}{3}$ L منها في رسمِ لوحةٍ جداريةٍ تُعبِّرُ عنِ مئويَّةِ الثورةِ العربيَّةِ الكبرى، ثمَّ اشترتِ المدرسةُ $\frac{7}{9}$ L، فأصبحَ في المرسومِ 1.4 L. كمَ لترًا كانَ في المرسومِ؟
- 7 **أعداد:** إذا ضربَ عددٌ في -3، ثمَّ أضيفَ إلى ناتجِ الضربِ 2، ثمَّ ضربَ الناتجَ الكلِّيَّ في $\frac{1}{2}$ ، وأصبحَ الناتجُ 4، فما ذلكَ العددُ؟
- 8 **أكتب:** أكتبُ مسألةً يمكنني حلُّها باستخدامِ خطَّةِ الحلِّ العكسيِّ، ثمَّ أحلُّها.

معلومة

الألوانُ الأساسيَّةُ، هي: الأحمرُ، والأزرقُ، والأصفرُ، وتُمزجُ هذه الألوانُ للحصولَ على ألوانٍ أخرى.



اختبار نهاية الوحدة

6 أي الآتي يمثل أعداداً نسبية مرتبة تنازلياً:

a) $0.4, 2, \frac{-1}{5}, \frac{-2}{3}$

b) $\frac{-1}{5}, 0.4, \frac{-2}{3}, 2$

c) $2, \frac{-1}{5}, 0.4, \frac{-2}{3}$

d) $2, 0.4, \frac{-1}{5}, \frac{-2}{3}$

7 $-3.78 - (-2.95) =$

a) -6.73 b) 0.88

c) -0.83 d) 6.73

8 $-3\frac{1}{4} \div (2\frac{1}{6}) =$

a) $\frac{-2}{3}$ b) $\frac{-3}{2}$ c) $\frac{2}{3}$ d) $\frac{3}{2}$

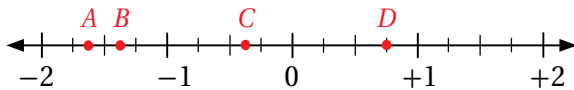
أضِعْ إشارة < أو > أو = في ؛ لتصبح كل جملة مما يأتي صحيحة:

9 $0.\overline{28} \quad \square \quad \frac{2}{7}$

10 $-1\frac{3}{10} \quad \square \quad \frac{-13}{10}$

11 $0.\overline{4} \quad \square \quad \frac{-4}{9}$

12 أي النقاط التي على خط الأعداد توافق كل عددٍ نسبيٍّ مما يأتي:



a) $-1\frac{2}{5}$ b) $\frac{3}{4}$

d) $-1\frac{3}{5}$ e) $-0.\overline{4}$

أختار رمز الإجابة الصحيحة لكل مما يأتي:

1 أي الجمل الآتية صحيحة:

(a) الأعداد النسبية جميعها أعدادٌ كليةٌ.

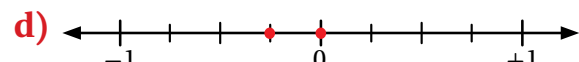
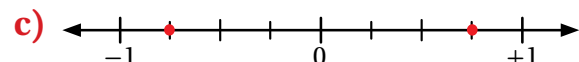
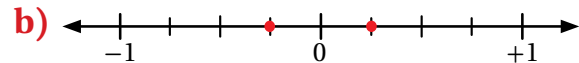
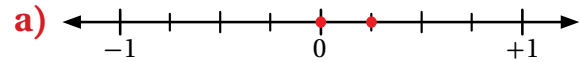
(b) الأعداد النسبية جميعها أعدادٌ صحيحةٌ.

(c) الأعداد النسبية جميعها يمكن كتابتها على صورة

$$\text{كسر } \frac{a}{b} \text{ حيث } b \neq 0$$

(d) الأعداد النسبية لا يمكن أن تكون سالبةً.

2 خط الأعداد الذي يظهر العدد $\frac{-1}{4}$ ومعكوسه، هو:



3 القيمة المطلقة للعدد -12.5 ، هي:

a) 12.5 b) -1

c) 1 d) -12.5

4 أجد الأعداد النسبية الآتية لا يكافئ $\frac{4}{-6}$:

a) $\frac{-10}{15}$ b) $\frac{-8}{12}$

c) $\frac{6}{-9}$ d) $\frac{-2}{-3}$

5 أجد الأعداد النسبية الآتية يقع بين -0.34 و -0.36 :

a) $\frac{-17}{50}$ b) $\frac{-9}{25}$

c) $\frac{-7}{20}$ d) $\frac{35}{100}$

21 اشترى راشد $13 \frac{1}{3}$ m من الخشب؛ لعمل إطارات للتوافذ، استعمل منها $7 \frac{2}{3}$ m. كم متراً بقي لديه؟

22 **خياطة:** لدى خياط كمية من القماش، استخدم منها 5.22 m^2 في خياطة غطاء للطاوله، وستة أمثال هذه الكمية في خياطة ستارة للنافذة، وبقي منها 57.4 m^2 . ما كمية القماش الأصلية التي كانت لديه؟

تدريب على الاختبارات الدولية

23 $\frac{0.1}{0.01} + \frac{0.2}{0.02} + \frac{0.3}{0.03} + \frac{0.4}{0.04} =$

- a) 10 b) 40
c) 50 d) 100

24 $(1 + \frac{1}{2}) (1 + \frac{1}{3}) (1 + \frac{1}{4}) =$

- a) $\frac{4}{3}$ b) $\frac{3}{2}$
c) $\frac{5}{2}$ d) 5

أجد قيمة كل مما يأتي في أبسط صورة:

13 $1 \frac{4}{5} - 2 \frac{2}{3}$

14 $-3.21 + 1.84$

15 $-2 \frac{1}{2} \times -3 \frac{1}{2}$

16 $-3.66 \div (-1.5)$

17 $0.8 + \frac{-1}{12}$

18 أمثل كلاً مما يأتي على خط الأعداد:

-1.5 , $-1 \frac{5}{8}$, $-2 \frac{5}{6}$, $-| \frac{-3}{5} |$

يُبين الجدول الآتي الزمن - بالساعات - الذي استغرقه شاهين في الدراسة خلال خمسة أيام من الأسبوع:

اليوم	الأحد	الاثنين	الثلاثاء	الأربعاء	الخميس
عدد الساعات	$2 \frac{1}{6}$	$2 \frac{1}{2}$	$2 \frac{3}{4}$	$2 \frac{5}{12}$	$2 \frac{1}{4}$

19 أكتب بصيغة عدد عشري زمن الدراسة يوم الخميس.

20 أرتب أيام الدراسة ترتيباً تصاعدياً بحسب الزمن الدراسي.

الأسس الصحيحة والمقادير الجبرية

ما أهمية هذه الوحدة؟

للأسس الصحيحة والمقادير الجبرية أهمية كبيرة في حياتنا، فهي تسهل عملية التحويل بين وحدات قياس الطول والمساحة والكتلة ودرجات الحرارة والعملات، وتفيدنا أيضاً في تمثيل كميات كبيرة جداً أو صغيرة جداً مثل كتلة الأرض، أو كتلة كائنات مجهرية كالبكتيريا والفيروسات.



سأتعلم في هذه الوحدة:

- إجراء العمليات الحسابية على الحدود والمقادير الجبرية وكتابتها في أبسط صورة.
- كتابة الأعداد الكلية والكسور العشرية بالصيغة الأسية.
- تبسيط مقادير عددية تتضمن الأسس باستخدام أولويات العمليات الحسابية.

تعلمت سابقاً:

- ✓ التعبير عن مواقف حياتية بمقادير جبرية.
- ✓ حساب القيمة العددية لمقدار جبري يتضمن عملية حسابية أو أكثر.
- ✓ تمثيل المقادير الجبرية بطرائق متعددة، مثل الجداول والقوائم العددية.



مشروع الوحدة: تصميم ساعة جدار

6 أكتب حدًا جبريًا يمثل محيط كل من المربعات الثلاثة.

7 أستخدم القيمة العددية التي اخترتها لطول ضلع المربع الأوسط لأجد محيط كل من المربعات الثلاثة.

8 أكتب حدًا جبريًا يمثل مساحة كل مربع.

9 أستخدم القيمة العددية التي اخترتها لطول ضلع المربع الأوسط لأجد مساحة كل مربع.

10 أجد المقادير الجبرية التي تمثل مجموع أطوال أضلاع المربعات الثلاثة ومجموع محيطاتها ومجموع مساحاتها، ثم أكتبها في الصف الأخير من الجدول.

11 أستخدم القيمة العددية التي اخترتها لطول الضلع الأوسط لأجد القيمة العددية لكل من المقادير الجبرية الثلاثة الناتجة في الخطوة السابقة، مراعيًا أولويات العمليات الحسابية.

12 أصنع عقارب بطول يناسب أطوال أضلاع مربعات الساعة.

عرض النتائج:

أكتب تقريرًا أعرض فيه ما يأتي:

- خطوات عمل المشروع، والنتائج التي توصلت إليها.
- استخدام الأسس والمقادير الجبرية في مشروع.
- نموذج الساعة، وبيان أطوال الأضلاع والمحيطات والمساحات فيها.



أستعد وزملائي / زميلاتي لتنفيذ مشروعنا الخاص الذي نستعمل فيه ما ستعلمه في هذه الوحدة لتصميم ساعة جدار.

خطوات تنفيذ المشروع:

1 أرسم مُخطَّطًا لساعة جدار تحتوي على 3 مربعات: داخلي، وأوسط، وخارجي، كما في الشكل أعلاه.

2 أسمي متغيرًا يدل على طول ضلع المربع الأوسط، ثم أكتبه في الخانة المناسبة في الجدول التالي.

المربع	طول الضلع		المحيط		المساحة	
	بالرمز	بالصيغة	بالرمز	بالصيغة	بالرمز	بالصيغة
الأوسط						
الخارجي						
الداخلي						
المجموع						

3 أضرب طول ضلع المربع الأوسط في 2 لأحصل على طول ضلع المربع الخارجي، ثم أكتب الحد الجبري الناتج في الجدول.

4 أقسم طول ضلع المربع الأوسط على 2 لأحصل على طول ضلع المربع الداخلي، ثم أكتب الحد الجبري الناتج في الجدول.

5 أختار قيمة عددية للمتغير الذي يمثل طول ضلع المربع الأوسط من قوى العدد 2، وأعوّضها في كل من الحدود الجبرية الثلاثة التي تمثل أطوال أضلاع المربعات.



عدد الصور المرسلّة	الدقائق
2	2×1
4	2×2
8	$2 \times 2 \times 2$
16	$2 \times 2 \times 2 \times 2$

أستكشف

زار أحمد مدينة جرش، وأرسل صورةً لاثنتين من أصدقائه بعد دقيقة من التقاطها، وبعد دقيقة أخرى أرسل كل من صديقيه الصورة نفسه لاثنتين من أصدقائهما، واستمرت العملية وفق هذا النمط كما في الجدول المجاور.

ما عدد الصور المرسلّة بعد 9 دقائق؟

فكرة الدرس

أعرّف الأسس، والقوى، وقواعد ضربها وقسمتها.

المصطلحات

أساس، أس، الصيغة الأسية للعدد، الصيغة القياسية للعدد.

يمكنني التعبير عن الضرب المتكرر للعدد في نفسه باستخدام الأسس، وعندئذ يُسمى عدد مرات تكرار الضرب الأس (exponent). أما العدد نفسه فيسمى الأساس (base)، ويُسمى كل من الأسس والأس معاً القوة (power).

لعبة الرياضيات

يقرأ المقدار 2^5 اثنان أس خمسة.

$$32 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^5$$

↓ الأس
↑ الأساس

تسمى الصيغة التي يُكتب فيها الضرب المتكرر باستخدام الأسس الصيغة الأسية (exponent form)، مثل 3^7 .

أما الصيغة التي يُكتب فيها الضرب المتكرر من دون استخدام الأسس فتسمى الصيغة القياسية (standard form)، مثل $3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3$.

مثال 1

أكتب كلاً مما يأتي بالصيغة الأسية:

1 $3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5$

$$= (3 \times 3 \times 3 \times 3) \times (5 \times 5)$$

$$= 3^4 \times 5^2$$

الخاصية التجميعية

تعريف الأسس

الوحدة 2

$$2 \quad a \times a \times c \times a \times c \times c \times a \times a$$

$$= a \times a \times a \times a \times a \times c \times c \times c$$

$$= (a \times a \times a \times a \times a) \times (c \times c \times c)$$

$$= a^5 \times c^3$$

الخاصية التبديلية

الخاصية التجميعية

تعريف الأسس

أتحقّق من فهمي: 

$$3 \quad 6 \times 6 \times 6 \times 2 \times 2 \times 2$$

$$4 \quad 8 \times 8 \times 8 \times 8 \times 7 \times 7$$

$$5 \quad b \times b \times r \times b \times r \times b$$

$$6 \quad d \times c \times c \times d \times c \times d \times d$$

أستعمل قواعد ضرب القوى وقسمتها الآتية لأبسّط العبارات الأسية:

السبب	الرموز	التعبير اللفظي
$a^3 \times a^5 = (a \times a \times a) \times (a \times a \times a \times a \times a)$ $= a^8$	$a^m \times a^n = a^{m+n}$	ضرب القوى: لضرب قوتين لهما الأساس نفسه، أجمع أسيهما.
$\frac{a^5}{a^2} = \frac{a \times a \times a \times \cancel{a} \times \cancel{a}}{\cancel{a} \times \cancel{a}} = a^3$ $a \neq 0$	$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$ $a \neq 0$	قسمة القوى: لقسمة قوتين لهما الأساس نفسه، أطرح أس المقام من أس البسط.
$(a^3)^2 = a^3 \times a^3$ $= (a \times a \times a) \times (a \times a \times a) = a^6$	$(a^m)^n = a^{m \times n}$	قوة القوة: لإيجاد قوة القوة، أضرب الأسس.
$(a \times b)^3 = (a \times b) \times (a \times b) \times (a \times b)$ $= (a \times a \times a)(b \times b \times b)$ $= a^3 \times b^3$	$(ab)^n = a^n b^n$	قوة حاصل الضرب: لإيجاد قوة حاصل الضرب، أجد قوة كل عدد، ثم أضرب.
$\left(\frac{a}{b}\right)^2 = \frac{a}{b} \times \frac{a}{b}$ $= \frac{a \times a}{b \times b} = \frac{a^2}{b^2}, b \neq 0$	$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$ $b \neq 0$	قوة ناتج القسمة: لإيجاد قوة ناتج القسمة، أجد كلاً من قوة البسط والمقام، ثم أقسم.

مثال 2

أستخدمُ قوانينَ الأسسِ لإيجادِ قيمةِ كلِّ مما يأتي:

1 $(-2)^3 \times (-2)^4$

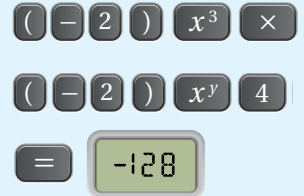
$$\begin{aligned} (-2)^3 \times (-2)^4 &= (-2)^{3+4} \\ &= (-2)^7 \\ &= -128 \end{aligned}$$

قاعدةُ ضربِ القوى

أجمعُ الأسسَ

تعريفُ الأسسِ

يمكنني التحقق من صحة الحل
باستعمال الآلة الحاسبة:



2 $\frac{3^8}{3^7}$

$$\begin{aligned} \frac{3^8}{3^7} &= 3^{8-7} \\ &= 3 \end{aligned}$$

قاعدةُ قسمةِ القوى

أطرحُ الأسسَ

3 $(2^3 \times 5)^2$

$$\begin{aligned} (2^3 \times 5)^2 &= 2^6 \times 5^2 \\ &= 64 \times 25 \\ &= 1600 \end{aligned}$$

قاعدةُ قوَّةِ حاصلِ الضربِ

تعريفُ الأسسِ

أضربُ

أتحقَّق من فهمي:

4 $3^2 \times 3^5$

5 $(6 \times 4)^2$

6 $\frac{8^4}{8^2}$

7 $\left(\frac{2}{7}\right)^2$

هل يمكن أن يكون الأسُّ سالِباً؟ بَتَّبِعِ النمطِ في الجدولِ الآتي، ألاحظُ أنَّ الأسسَ الصحيحةَ السالبةَ للعددِ 10 تمثُلُ قسمةً متكرِّرةً للعددِ 10 على نفسه، وألاحظُ أيضاً أنَّ قيمةَ 10^0 هي 1.

10^{-3}	10^{-2}	10^{-1}	10^0	10^1	10^2	10^3	الصيغةُ الأسِّيَّةُ
$\frac{1}{1000}$	$\frac{1}{100}$	$\frac{1}{10}$	1	10	100	1000	القيمةُ العدديَّةُ



الوحدة 2

إنَّ الاستنتاجين اللَّذَيْنِ توَصَّلْتُ إليهما عن الأسسِ الصحيحةِ السالبةِ والأسِّ الصِّفْرِيِّ صحيحانِ لأيِّ عددٍ (ما عدا الصفرِ).
ويمكنني التَّحَقُّقُ مِنْ ذَلِكَ بِإِنشاءِ جداولٍ مشابهةٍ لأعدادٍ أُخرى غير العددِ 10. يمكنني تعميمُ هذَيْنِ الاستنتاجَيْنِ على النحو الآتي:

السبب	الرموزُ	التعبيرُ اللفظيُّ
$1 = \frac{a^2}{a^2} = a^{2-2} = a^0$	$a^0 = 1$	الأسُّ الصِّفْرِيُّ: أيُّ عددٍ غير الصفرِ مرفوعاً للأسِّ صفرٍ يساوي 1.
$a^{-3} = a^{-1} \times a^{-1} \times a^{-1}$ $= \frac{1}{a} \times \frac{1}{a} \times \frac{1}{a}$ $= \frac{1}{a^3}$	$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ $a^n = \frac{1}{a^{-n}}$	الأسُّ السالبةُ: القوَّةُ ذاتُ الأساسِ غيرِ الصفرِيِّ والأسِّ السالبِ هي مقلوبُ القوَّةِ ذاتِ الأساسِ غيرِ الصفرِيِّ والأسِّ الموجبِ، والعكسُ صحيحٌ.

مثال 3

أستخدمُ قوانينَ الأسسِ لإيجادِ قيمةِ كلِّ ممَّا يأتي:

1 5^{-2}

$$5^{-2} = \frac{1}{5^2}$$

$$= \frac{1}{25}$$

قاعدةُ الأسسِ السالبةِ

تعريفُ الأسسِ

2 $\frac{6^5 \times 10^3}{6^2 \times 10^6}$

$$\frac{6^5 \times 10^3}{6^2 \times 10^6} = \frac{6^5 \times 6^{-2}}{10^6 \times 10^{-3}}$$

$$= \frac{6^3}{10^3}$$

$$= \frac{216}{1000} = 0.216$$

قاعدةُ الأسسِ السالبةِ

قاعدةُ قوَّةِ ناتجِ القسمةِ

تعريفُ الأسسِ

أتحقِّقُ مِنْ فهمي:



3 $\frac{4^3 \times 8^4}{4^5 \times 8^2}$

4 $3^5 \times \left(\frac{1}{3}\right)^6$

أندرب وأحل المسائل

أكتب كلاً مما يأتي بالصيغة الأسية:

1 $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times 3 \times 3 \times 3 \times 3$

2 $b \times b \times n \times b \times b \times n \times b \times b$

أستخدم قوانين الأسس لإيجاد قيم كل مما يأتي:

3 $2^3 \times 4^3$

4 $5^2 \times (-2)^2$

5 $(\frac{1}{3})^4 \times 3^6$



6 **علوم:** يوجد نوع من البكتيريا يحوّل الحليب إلى لبن رائب، طوله 1.5×10^{-4} cm تقريباً. أكتب طول هذه البكتيريا من دون استخدام الأسس.

7 **أزهار:** يبلغ طول حبة لقاح زهرة شقائق النعمان 1.8×10^{-2} mm. أكتب طول هذه الحبة من دون استخدام الأسس.

أضع الرمز $>$ أو $<$ أو $=$ في \square :

8 $9^0 \square (\frac{1}{2})^0$

9 $2^3 \square (-2)^5$

10 $(\frac{1}{5})^{10} \square (-5)^2$

معلومة

البكتيريا كائنات حيّة دقيقة لا تُرى بالعين المجردة، منها نافع ومنها ضارٌّ، وهي تتجمّع معاً، وتأخذ أشكالاً متعددة.

إرشاد

يمكن حلّ الأسئلة (8-10) من دون إيجاد القيمة العددية.

مهارات التفكير العليا

11 **تبرير:** أيّ العددين أقرب إلى المليون: 1.03×10^5 ، أم 1.03×10^6 ؟

12 **تحدّ:** أكتب صيغتين أُسيّتين مختلفتين لهما الإجابة نفسها.

13 **أكتشف المختلف:** أيّ القيم الآتية مختلفة: 6^2 ، $(-0.2)^5$ ، $(-2)^4$ ، $(1.4)^3$ ؟

14 **أكتب:** كيف أجد قيمة العدد $(\frac{1}{4})^2 \times 4^3$ ؟

إرشاد

حلّ هذا السؤال أستخدم القيمة المنزلية، للمقارنة.

أستكشف



هبط غواص إلى عمق 5 m تحت سطح مياه خليج العقبة، ثم هبط 13 m أخرى، وكرّر الهبوط بمقدار 13 m مرتين، بعد ذلك صعد 20 m. يمثل المقدار العدديّ الآتي العمق الذي يقف عنده الغواص الآن:

$$-5 + 3 \times (-13) + 20$$

إذا أردت حساب قيمة هذا المقدار العدديّ، فبأيّ العمليات الحسابية أبدأ؟

فكرة الدرس

أستخدم أولويات العمليات الحسابية وقوانين الأسس في تبسيط المقادير العددية.

المصطلحات

أولويات العمليات الحسابية.

أتبع ترتيب أولويات العمليات الحسابية (order of operations) عند حساب قيم المقادير العددية:

أتعلم

- إذا وجد قوسان داخل بعضهما، فأحسب قيمة القوس الداخلي أولاً.
- يمكنني استخدام الأقواس أو الرمز (×) للدلالة على عملية الضرب. فمثلاً $2(5+4)$ تعني $2 \times (5+4)$

(1) أجد قيم المقادير داخل الأقواس.

(2) أجد قيم المقادير الأسية جميعها.

(3) أضرب أو أقسم من اليسار إلى اليمين (أيهما أسبق).

(4) أجمع أو أطرح من اليسار إلى اليمين (أيهما أسبق).

أجد قيمة كل مما يأتي:

مثال 1

1 $120 \div (20 - (8 - 3))$

$$120 \div (20 - (8 - 3)) = 120 \div (20 - 5) \\ = 120 \div 15 = 8$$

أجد قيمة المقدار داخل القوس الداخلي

أجد قيمة المقدار داخل القوس الخارجي، ثم أقسم

2 $5(-2)^3 + 10$

$$5(-2)^3 + 10 = 5 \times -8 + 10 \\ = -40 + 10 = -30$$

أجد قيمة المقدار الأسّي

أضرب، ثم أجمع

3 $2(5-1)^2 - 7$

$$\begin{aligned} 2(5-1)^2 - 7 &= 2 \times 4^2 - 7 \\ &= 2 \times 16 - 7 \\ &= 32 - 7 = 25 \end{aligned}$$

أجد قيمة المقدار داخل القوس
أجد قيمة المقدار الأسّي
أضرب، ثم أطرخ

4 $160 \div (25 - (7-2))$

5 $60 \times (10 - (4+3))$

6 $5(-3)^2 + 10$

7 $8(1-5)^2 - 7$

أنتحقق من فهمي:



لتبسيط مقدار عددي يتضمن قوى، أطبق قواعد القوى، وأراعي أولويات العمليات الحسابية.

مثال 2 أجد قيمة كل مما يأتي:

1 $192 \div (2^3)^2 + (9-4)$

$$\begin{aligned} 192 \div (2^3)^2 + (9-4) &= 192 \div 2^{(3 \times 2)} + 5 \\ &= 192 \div 64 + 5 \\ &= 3 + 5 = 8 \end{aligned}$$

أجد قيمة المقدار داخل القوس
أطبق قاعدة قوة القوة
أقسم، ثم أجمع

2 $2 \times \frac{(-3)^6}{(-3)^4} - 10$

$$\begin{aligned} 2 \times \frac{(-3)^6}{(-3)^4} - 10 &= 2 \times (-3)^2 - 10 \\ &= 2 \times 9 - 10 \\ &= 18 - 10 = 8 \end{aligned}$$

أطبق قاعدة قسمة القوى
أجد قيمة المقدار الأسّي
أضرب، ثم أطرخ

3 $5(7-2)^2 \div (-50)$

$$\begin{aligned} 5(7-2)^2 \div (-50) &= 5 \times 5^2 \div (-50) \\ &= 5 \times 25 \div (-50) \\ &= 125 \div (-50) = -2 \frac{1}{2} \end{aligned}$$

أجد قيمة المقدار داخل القوس
أجد قيمة المقدار الأسّي
أضرب، ثم أقسم

الوحدة 2

$$4 \quad \frac{100 - 4 \times 3}{4^2 - 2^3}$$

$$\frac{100 - 4 \times 3}{4^2 - 2^3} = (100 - 4 \times 3) \div (4^2 - 2^3)$$

$$= (100 - 12) \div (16 - 8)$$

$$= 88 \div 8$$

$$= 11$$

أستبدل بالكسرِ عمليّة القسمة

أحسبُ الضربَ داخلَ القوسِ الأولِ والأسسَ داخلَ القوسِ الثاني.

أحسبُ قيمةَ القوسِ الأولِ، ثمّ قيمةَ القوسِ الثاني أقسمُ

$$5 \quad 243 \div (3^2)^2 \times (5 - 8)$$

$$6 \quad 256 \div (2^3)^2 \times (2 - 7)$$

$$7 \quad \frac{(-4)^5}{(-4)^3} \times 3 - 40$$

$$8 \quad \frac{(6)^7}{(6)^5} \div 3 - 10$$

أتحقّقُ من فهمي:



يمكنني أن أعبر عن كثير من المواقف الحياتية بمقادير عددية، ثم أطبق أولويات العمليات الحسابية لحساب قيمها.

مثال 3: من الحياة



يمثل الجدول الآتي أسعار بعض الخضار والفواكه.



المنجى	برتقال	تفاح	البنجى	الصنف
2.5	0.75	1	0.4	السعر / kg JD

اشترى حسن 2 kg تفاحاً، و 2 kg منجاً، و 5 kg بندورة. أكتب عبارتين عدديتين مختلفتين لأجد ثمن ما اشتراه حسن.

ما دفعه حسن: ثمن التفاح 2×1 ، و ثمن المنجى 2×2.5 ، و ثمن البندورة 5×0.4

العبارة الأولى:

$$\begin{aligned} 5 \times 0.4 + 2 \times 2.5 + 2 \times 1 \\ = 2 + 5 + 2 \\ = \text{JD } 9 \end{aligned}$$

أكتبُ العبارةَ العدديةَ

أضربُ من اليسارِ إلى اليمينِ

أجمعُ من اليسارِ إلى اليمينِ

العبارَةُ الثانيةُ:

$$\begin{aligned}5 \times 0.4 + 2 \times (2.5 + 1) \\&= 5 \times 0.4 + 2 \times 3.5 \\&= 2 + 7 = \text{JD } 9\end{aligned}$$

أكتبُ العبارةَ العدديَّةَ

أجدُ قيمةَ ما داخلَ القوسِ

أضربُ من اليسارِ إلى اليمينِ، ثمَّ أجمعُ

أتحققُ من فهمي:



إذا اشترى حسَّانُ 4 kg برتقالًا و 4 kg بندورةً، وكيلوغرامًا واحدًا منجًا، فأكتبُ عبارتيَّ عدديَّتينِ مختلفتينِ لأجدُ ثمنَ ما اشتراه حسَّانُ.

أُدرِّبُ



وأحلُّ المسائلَ

أجدُ قيمةَ كلِّ ممَّا يأتي:

1 $120 \div (10 - (7 - 2))$

2 $200 \times (25 - (20 - 5))$

3 $6(-2)^3 + 10$

4 $4(7 - 1)^2 - 34$

أجدُ قيمةَ كلِّ ممَّا يأتي:

5 $128 \div ((-2)^2)^3 + (10 - 6)$

6 $625 \div (5)^3 + (4 + 2)$

7 $\frac{60 - 2 \times 6}{2^5 - 4^2}$

8 $\frac{50 - 6 \times 3}{20 - 6^2}$

تغذية: إذا كانت كمية البروتين الموجودة في حبة واحدة من التمر 1.81 gm، وفي كوب من الحليب 7.6 gm، وفي البيضة الواحدة 12.56 gm. إذا تناول حسام على وجبة الفطور 3 حبات من التمر ونصف كوب من الحليب وبيضة، فما كمية البروتين التي حصل عليها من وجبته؟

معلومة

يُعدُّ البروتين أكثر المواد وفرةً في جسم الإنسان بعد الماء.

الوحدة 2

اشترت موني 3 علب عصير بسعر 1.8 من الدينار للعلبة الواحدة، ووجبتين بسعر 2.3 من الدينار للوجبة الواحدة، وصحن سلطة خضار بسعر 75 قرشاً. إذا دفعت للمطعم 15 ديناراً، فأأي العبارات الآتية تمثل المبلغ الذي سيُعيدُه البائع إلى موني بالدينار:

- a) $15 - 3 \times 1.8 + 2 \times 2.3 + 0.75$ c) $15 - (3 + 2 + 1) \times (1.8 + 2.3 + 0.75)$
b) $15 - (3 \times 1.8 + 2 \times 2.3 + 75)$ d) $15 - (3 \times 1.8 + 2 \times 2.3 + 0.75)$

أكتب العدد المفقود في □ :

11 $20 + (\square - 3 \times 5) = 30$

12 $(52 - 4 \times 2) \div \square = 11$

13 **أكتشف الخطأ:** أوجدت رزان وشفاء قيمة العبارة $2 \times 6 \div 36 - 15$ ، فكانت إجابتهما كما يأتي:

شفاء
$-15 - 36 \div 6 \times 2$
$= -15 - 6 \times 2$
$= -15 - 12$
$= -27$

رزان
$-15 - 36 \div 6 \times 2$
$= -15 - 36 \div 12$
$= -15 - 3$
$= -18$

أيهما كانت إجابتها صحيحة؟ أبرر إجابتي.

14 **تحذّر:** أضع الأعداد 9, 11, 20, 45 في المكان المناسب؛ لأجعل المعادلة الآتية صحيحة: $(\square + \square) \div (\square - \square) = 6$

تحذّر: أضع أقواساً في المكان المناسب، بحيث تتساوى العبارة العددية مع القيمة المعطاة:

15 $60 + 12 \div 4 \times 1 + 2 = 20$

16 $60 + 12 \div 4 \times 1 + 2 = 20$

17 $48 + 12 \div 4 \times 1 + 2 = 57$

18 $48 + 12 \div 4 \times 1 + 2 = 45$

19 **أكتب:** أكتب مسألة حياتية يتطلب حلها استخدام أولويات العمليات الحسابية.

إرشاد

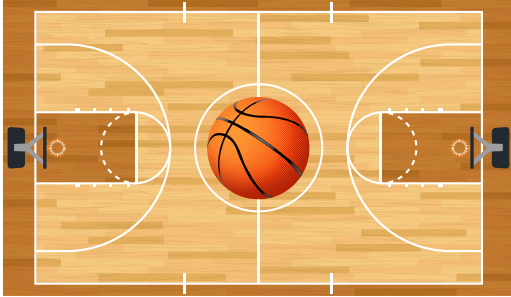
إذا احتوى أي سؤال على وحدات مختلفة، فيجب توحيد الوحدات.

مهارات التفكير العليا

إرشاد

لحل السؤال 14، يمكنني الاستفادة من حقائق الضرب المتعلقة بالعدد 6.

أستكشف



إذا كان طول ملعب كرة السلة يزيد 13 m على عرضه، فكيف أعبر عن محيطه بمقدار جبري؟

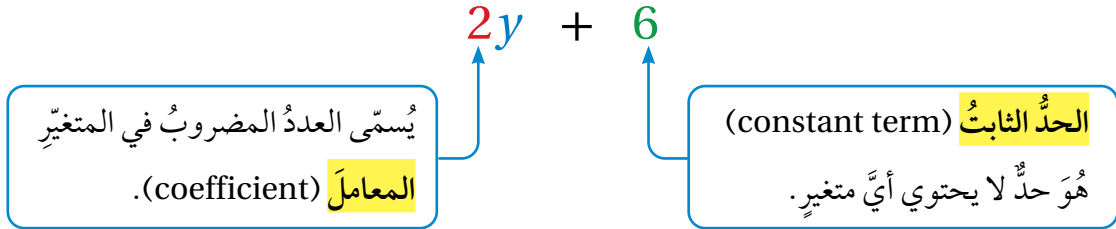
فكرة الدرس

أتعرف الحدود والمعاملات والثوابت في المقدار الجبري.

المصطلحات

متغير، حد جبري، معامل، حد ثابت، مقدار جبري.

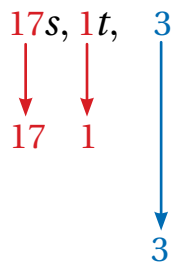
المتغير (variable) هو رمز يُستعمل للتعبير عن قيم مجهولة، والمقدار الجبري (algebraic expression) هو عبارة تحتوي متغيرات وأعدادًا تفصل بينها عمليات. ويُسمى أي عدد أو متغير أو عدد مضروب في متغير أو أكثر **حدًا جبريًا** (algebraic term).



مثال 1

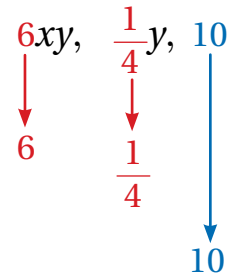
أميّز الحدود، والمعاملات، والثوابت في كل مقدار جبري مما يأتي:

1 $17s + t + 3$



الحدود:
المعامل:
الثابت:

2 $6xy + \frac{y}{4} - 10$



الحدود:
المعامل:
الثابت:

الوحدة 2

أتحقق من فهمي: 

3 $\frac{y^3}{2}$

4 6

5 $\frac{3}{4}xy - 1$

6 $1.34rw^2$

يمكنني التعبير عن كثير من المواقف الحياتية التي تحتوي على قيم مجهولة باستخدام مقادير جبرية.

مثال 2

أكتب مقداراً جبرياً يمثل كلاً مما يأتي:

1 عدد ما مضاف إليه 7

x	العدد
$x + 7$	العدد مضاف إليه 7

2 طرح العدد 12 من مثلي عدد ما.

x	العدد
$2x$	مثلاً العدد
$2x - 12$	طرح 12 من مثلي العدد

أتحقق من فهمي: 

3 عدد مضاف إليه 5

4 طرح العدد 23 من مثلي عدد.

5 ثمن فرشاة أسنان x ديناراً، وثمان أنبوب معجون أسنان JD 1.6 ما ثمن 5 فرش وأنبوب معجون أسنان؟

لحساب قيمة مقدار جبري، أستبدل القيم العددية بالمتغيرات، ثم أجري العمليات بحسب أولوياتها.

مثال 3

أجد قيمة كل من المقادير الآتية:

1 $x^2 - (8 + x)$, $x = 5$

$$5^2 - (8 + 5) = 5^2 - 13$$

$$= 25 - 13$$

$$= 12$$

أعوّض $x = 5$ ، ثم أجد قيمة ما داخل القوس

أجد المقدار الأسّي

أطرح

2 $y^2 + 4y, y = -6$

$$\begin{aligned}(-6)^2 + 4 \times (-6) &= 36 + (-24) \\ &= 36 - 24 \\ &= 12\end{aligned}$$

أعوّض $y = -6$ ، ثمّ أجدُ قيمةَ القوّة، ثمّ أضربُ

أطرحُ

3 $(p^2 - 4p) - 5 \div d, p = 3, d = -1$

$$\begin{aligned}(3^2 - 4 \times 3) - 5 \div (-1) &= (9 - 12) - 5 \div (-1) \\ &= (-3) - 5 \div (-1) \\ &= (-3) - (-5) \\ &= -3 + 5 = 2\end{aligned}$$

أعوّض قيمتي $d = -1$ و $p = 3$ ، ثمّ أجدُ قيمةَ الأسّ، ثمّ قيمةَ الضربِ داخلَ القوسِ

أجدُ ما داخلَ القوسِ

أقسمُ

أطرحُ، ثمّ أجمعُ

4 $y^2 + (4 - 2y), y = 5$

5 $8d - d^2 + 1, d = 3$

6 $(2b - b^2) - d \div 4, b = 6, d = 8$

أتدقّق من فهمي:



أَتَدَرِّبُ

وأحلّ المسائل



أميّزُ الحدودَ، والمعاملاتِ، والثوابتَ في كلِّ مقدارٍ جبريٍّ ممّا يأتي:

1 $-18y$

2 $3 - u^3$

3 xy^2

4 5

5 $9x - 5y$

6 124

أكتبُ مقدارًا جبريًّا يمثّلُ كلاً ممّا يأتي:

7 إضافةً عددٍ ما إلى 8.

8 طرّحُ 15 من ثلاثة أمثالِ عددٍ ما.

9 ثمنُ كيسِ السكرِ b دينار. اشترى حمّدٌ 3 أكياسِ سكرٍ، ودفعَ للتاجرِ 15 دينارًا، كمّ سيُعيدُ التاجرُ لحمّدٍ؟

الوحدة 2

أجد قيمة كل من المقادير الآتية:

10 $12 \times d \div d^2 - 1, d = -6$

11 $(3n + n^2) + 12 \div m, n = 5, m = 4$

12 $(3n - 1)^2 + 12 - m, n = 2, m = -1$



حواسيب: ثمن حاسوبٍ محمولٍ JD 250، وتكلفة تنزيل البرنامج الواحد عليه JD 3. أكتب مقدارًا جبريًا يمثل التكلفة الكلية لشراء جهازٍ واحدٍ عليه x من البرامج، ثم أجد تكلفة شراء جهازٍ واحدٍ عليه 6 برامج.

نقل: بناءً على قرار مجلس إدارة هيئة النقل البري الأردنية لعام 2019 م، تقرر تعديل تعرفه سيارات الأجرة؛ لتصبح التعرفة النهارية لقيمة بدء الانطلاق JD 0.35، إضافةً إلى JD 0.25 لكل كيلومتر. أكتب مقدارًا جبريًا يمثل التكلفة الكلية لسيارة أجرة قطعت مسافة n كيلومتر، ثم أجد التكلفة لسيارة قطعت 20 km.

أعود إلى فقرة (استكشف) بداية الدرس، وأحل المسألة.

تبرير: هل يمكنني معرفة أيهما أكبر: $2x$ أم $10x$ من دون إعطاء قيمة للمجهول x ؟ أبرر إجابتي.

أكتشف المختلف: أي مما يأتي مختلف عن المجموعة:

$5x$

$-6x^2$

$-0.1x^2$

$1 - 2x$

مسألة مفتوحة: أكتب موقفًا يمكنني التعبير عنه بمقدار جبري.

أكتب: كيف أميز بين الحد الجبري والمقدار الجبري؟

أتذكر

يجب مراعاة أولويات العمليات الحسابية عند إيجاد قيمة مقدار جبري لعددٍ مُعطى.

معلومة

تستخدم اختصارات من حروف إنجليزية للتعبير عن عملات الدول، مثل: JD للدنار الأردني، و SAR للريال السعودي، و USD للدولار الأمريكي.

مهارات التفكير العليا

إرشاد

في السؤال 16 أدم تبريري بأمثلة، وأعطي قيمًا عددية مختلفة لـ x .

أستكشفُ



مثلثُ برمودا منطقةٌ جغرافيَّةٌ على شكلِ مثلثٍ متطابقِ الأضلاعِ تقعُ في المحيطِ الأطلسيِّ. إذا عبَرنا عن طولِ الضلعِ الواحدِ بالمقدارِ الجبريِّ $3x + 600$ ، فما محيطُ المثلثِ بدلالةِ x ؟

فكرةُ الدرسِ

أبسُّطُ المقاديرِ الجبريةِ بجمعِ الحدودِ المتشابهةِ وطَرَحِها.

المصطلحاتُ

حدودٌ جبريةٌ متشابهةٌ، أبسطُ صورةٌ للمقدارِ الجبريِّ.

الحدودُ الجبريةُ المتشابهةُ (algebraic like terms) هي حدودٌ تحتوي على المتغيِّراتِ نفسها، وبالأسسِ نفسها.

حدودٌ غيرُ متشابهةٍ	حدودٌ متشابهةٌ
x, x^3, x^5	$x, 34x, -5x$
$17, xy, xy^5$	$2xy, -28xy, xy$
$w, 3z, 14m$	$7n^3, -5n^3, n^3$

يمكنني أن أجمع أيَّ حدَّينِ متشابهينِ أو أطرحهما، وذلك بجمعِ معامليهما أو طرحهما فقط وإبقاء المتغيِّراتِ.

أتعلمُ

معاملُ الحدِّ الجبريِّ n يساوي 1

$n + n + n = 3 \times n = 3n$

$2d + 3d = 5d$

أجمعُ المعاملاتِ، وأبقي المتغيِّراتِ.

يكونُ المقدارُ الجبريُّ في أبسطِ صورةٍ (simplest form) إذا لم يَحْتَوِ على أيِّ حدودٍ متشابهةٍ.

الوحدة 2

مثال 1

أكتب كلَّ مقدارٍ جبريٍّ ممَّا يأتي في أبسط صورةٍ:

1 $3x + 4x$

$$3x + 4x = (3 + 4)x = 7x$$

الحدان $3x$ و $4x$ متشابهان. أجمع مُعاملَي الحدَّين، ثم أضع x .

2 $4x - 3x$

$$4x - 3x = (4 - 3)x = x$$

الحدان متشابهان. أطرح مُعاملَي الحدَّين، ثم أضع x .

3 $7zt + 6zt$

$$7zt + 6zt = (7 + 6)zt = 13zt$$

الحدان $7zt$ و $6zt$ متشابهان. أجمع مُعاملَي الحدَّين، ثم أضع zt .

4 $9y^5 - y^5$

$$9y^5 - y^5 = (9 - 1)y^5 = 8y^5$$

الحدان $9y^5$ و y^5 متشابهان. أطرح مُعاملَي الحدَّين، ثم أضع y^5 .

5 $6x + 2x$

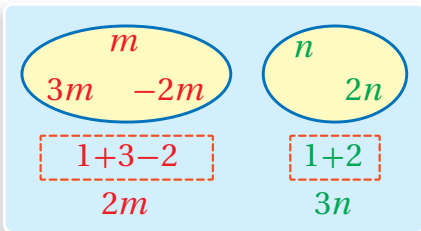
6 $2.5y + 0.5y$

أتحقق من فهمي: 

7 $3gf - gf$

8 $12yu^5 - 6yu^5$

يمكنني استخدام خصائص العمليات لكتابة مقدارٍ جبريٍّ في أبسط صورةٍ.



$$\begin{aligned} & m + n + 3m + 2n - 2m \\ &= (m + 3m - 2m) + (n + 2n) \\ &= 2m + 3n \end{aligned}$$

مثال 2

أكتب كلَّ ممَّا يأتي في أبسط صورةٍ:

1 $(6pn - 3q) + (2pn + 7q)$

$$= (6pn + 2pn) + (7q - 3q)$$

$$= 8pn + 4q$$

الخاصية التجميعية والتبديلية في الجمع

أجمع الحدود المتشابهة، ثم أطرحها

$$2 \quad (4x^2 y + t) + (3t - x^2 y)$$

$$= (4x^2 y - x^2 y) + (t + 3t)$$

$$= 3x^2 y + 4t$$

الخاصية التجميعية والتبديلية في الجمع

أجمع الحدود المتشابهة، ثم أطرحتها

أنتحق من فهمي: 

$$3 \quad (7cr - 3q) + (2cr + 7q)$$

$$4 \quad (7xy + 4c) + (3xy - 8c)$$

$$5 \quad (4x + 4c^2) + (6x - 2c^2)$$

$$6 \quad (19t + 13s^2) + (4s^2 - t)$$

يمكنني استخدام خاصية التوزيع لتبسيط مقدار جبري إشارته سالبة مثل $-(6x-1)$ ، وذلك بإدخال الإشارة السالبة على القوس وعكس إشارات جميع الحدود داخله ليصبح: $-(6x-1) = -6x+1$

مثال 3 أكتب كلاً مما يأتي في أبسط صورة:

$$1 \quad (2y + \frac{3}{4}) - (6y - \frac{1}{4})$$

$$= 2y + \frac{3}{4} - 6y + \frac{1}{4}$$

$$= (2y - 6y) + (\frac{3}{4} + \frac{1}{4})$$

$$= -4y + 1 = 1 - 4y$$

خاصية التوزيع

خاصية التجميع

أجمع الحدود المتشابهة (خاصية التجميع)

$$2 \quad (-0.75x - 4) - (1.25x + 0.5)$$

$$= (-0.75x - 4) - 1.25x - 0.5$$

$$= (-0.75x - 1.25x) + (-4 - 0.5)$$

$$= -2x - 4.5$$

خاصية التوزيع

أجمع الحدود المتشابهة (خاصية التجميع)

أطرحد الحدود المتشابهة

$$3 \quad (6x + \frac{5}{6}) - (x - \frac{2}{6})$$

$$4 \quad (-1.75b - 7) - (2.25b + 3.5)$$

$$5 \quad 6dx^2 - 3z - 2(dx^2 + 4z)$$

$$6 \quad 2c^2v + 4h - 3(c^2v - 5h)$$

أنتحق من فهمي: 

الوحدة 2

أندرب وأحل المسائل

أكتب كلاً مما يأتي في أبسط صورة:

1 $3.5x + 1.5x$

2 $7y + 4y$

3 $c^3r - 6c^3r$

4 $bd - 4bd$

أكتب كلاً مما يأتي في أبسط صورة:

5 $(3np + 5w) + (w - 10np)$ 6 $(-z + 2xy) + (xy + 4z)$

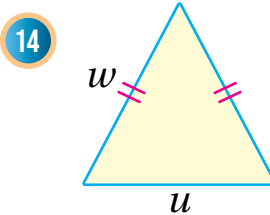
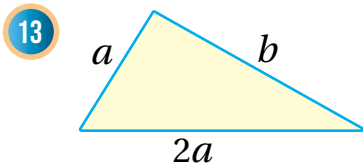
7 $(14x^2 - 19x) + (-6x^2 + x)$ 8 $(10b^2 - 3b) + (b^2 - 2b)$

أكتب كلاً مما يأتي في أبسط صورة:

9 $(1.5w - 6.5) - (0.5w + 3.5)$ 10 $(x + \frac{4}{7}) - (4x - \frac{3}{7})$

11 $8d + 4c^2 - 3(d - 5c^2)$ 12 $6w - 3n^2m - 2(w + n^2m)$

أكتب مقداراً جبرياً يمثل محيط كل شكل مما يأتي:



حديقة منزل مستطيلة الشكل طولها يساوي ثلاثة أمثال عرضها، أراد مالكها إحاطة سياج بها، تكلفة المتر الطولي منه 7 JD:

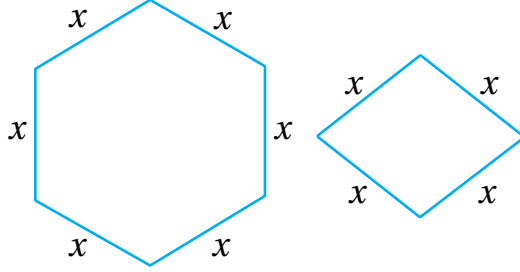
15 أكتب الحد الجبري الذي يعبر عن تكلفة السياج الذي يحيط بالحديقة.

16 أحسب تكلفة السياج الذي يحيط بالحديقة علماً بأن عرض الحديقة 30 m.

أفكر

استخدمت عبارة «أبسط صورة» في موضوع الكسور. ما الفرق بين الاستخدامين؟

الشكلان الآتيان يمثلان معيّنًا وسداسيًا. إذا كان طول ضلع كلٍّ منهما x وحدة، فأجيب عن السؤالين التاليين:



17 أكتب الحدّ الجبريّ الذي يمثل مجموع محيطيّ الشكلين.

18 أكتب الحدّ الجبريّ الذي يمثل الفرق بين محيط السداسيّ ومحيط المربعين..



19 **القمر:** تزيد أدنى درجة حرارة رُصدت على سطح القمر بمقدار 23°C عن مثلي أدنى درجة حرارة رُصدت على سطح الأرض. أكتب مقدارًا جبريًا يمثل أدنى درجة حرارة رُصدت على سطح القمر.

20 أعودُ إلى فقرة (أستكشف) بدايةً الدرس، وأحلُّ السؤال.

21 **تحلّ:** إذا كان x عددًا صحيحًا فإنّ العدد الصحيح الذي يليه هو $(x + 1)$. أكتب مقدارًا جبريًا يمثل ناتج جمع عددين صحيحين متتاليين، وأبين أنّ ناتج الجمع دائمًا عددٌ فرديّ.

22 **أكتشف المختلف:** أيّ الآتيّة مختلفٌ عن البقية؟ أبرّر إجابتي:

$-2x - 7x + 1$

$9x - 1$

$3x + y - 12x - y$

$1 - 9x$

23 **أكتب:** كيف أجمع مقدارين جبريين أو أطرحهما؟

أتذكّر

يُسمّى المضلع بحسب عدد أضلاعه، فالذي عدده 5 يُسمّى خماسيًا، والذي عدده 4 أضلاعه يُسمّى رباعيًّا.

معلومة

تتغيّر درجات حرارة القمر بسرعة كبيرة ما بين منخفضة جدًا ليلاً، ومرتفعة جدًا نهارًا؛ وذلك بسبب عدم وجود غلافٍ جويّ للقمر.

مهارات التفكير العليا



أستكشفُ

يمثلُ المقدارُ الجبريُّ $4x + 10$ عرضَ عَلمٍ ساريةِ رِغدانٍ. إذا كانَ طوُلُ العَلمِ يُساوي مثلي عَرضِهِ، فأجدُ مساحةَ العَلمِ بدلالةِ x ، ثمَّ أجدُ مساحتهُ الحقيقيَّةَ إذا كانتَ قيمةُ x هي 5 m .

فكرةُ الدرسِ

أضربُ المقاديرَ الجبريةَ، وأبسِّطُها.

$2z$	$2z$	$2z$	$2z$
z	z	z	z
$8z$			

عندما أضربُ عددًا في حدٍّ جبريٍّ فإنني أجدُ ناتجَ ضربِ العددِ في معامِلِ الحدِّ الجبريِّ، ثمَّ أضعُ الناتجَ جانبَ المتغيِّرِ.

$$4 \times 2z = 8z$$

يمكنني تطبيقُ قواعدِ الأسسِ لضربِ حدٍّ جبريٍّ في آخرٍ حتى لو اختلفتُ متغيِّرُهما.

مثال 1

أجدُ ناتجَ ضربِ الحدودِ الجبريةِ في كلِّ ممَّا يأتي:

1 $-5 \times 3x$

$$-5 \times 3x = (-5 \times 3)x = -15x$$

أضربُ العددَ -5 في معامِلِ الحدِّ (3)

2 $4x \times 3x$

$$4x \times 3x = (4 \times 3)(x \times x) \\ = 12x^2$$

الخاصيةُ التبديليةُ والتجميعيةُ في الضربِ
قاعدةُ ضربِ القوى

3 $xy \times 3xy$

$$xy \times 3xy = (1 \times 3)(x \times x)(y \times y) \\ = 3x^2y^2$$

الخاصيةُ التبديليةُ والتجميعيةُ في الضربِ
قاعدةُ ضربِ القوى

4 $(-xy) \times (x^2y)$

$$\begin{aligned}(-xy) \times (x^2y) &= (-x \times x^2)(y \times y) \\ &= -x^3y^2\end{aligned}$$

الخاصية التبادلية والتجميعية في الضرب

قاعدة ضرب القوى في الأسس

أتحقق من فهمي: 

5 $4 \times (-2x)$

6 $5 \times (-3w)$

7 $2y \times 5y$

8 $7c \times 2c$

يمكنني ضرب حد جبري في مقدار جبري باستخدام خاصية التوزيع؛ وذلك بضرب الحد في كل واحد من حدود المقدار.

أبسّط كل مقدار جبري مما يأتي، ثم أجد قيمته عند القيم المعطاة:

مثال 2

1 $2x(3x - y)$, $x = 3$, $y = -7$

$$\begin{aligned}2x(3x - y) &= 6x^2 - 2xy \\ 6 \times 3^2 - 2 \times 3 \times (-7) \\ &= 6 \times 9 - (-42) \\ &= 54 + 42 = 96\end{aligned}$$

أضرب حدًا جبريًا في مقدار جبري

أعوّض $y = -7$, $x = 3$

أطبّق أولويات العمليات

2 $x(3x + 2y - 4) - 9$, $x = -1$, $y = 5$

$$\begin{aligned}x(3x + 2y - 4) - 9 &= 3x^2 + 2xy - 4x - 9 \\ 3(-1)^2 + 2(-1)(5) - 4(-1) - 9 \\ &= 3(1) - 10 + 4 - 9 = -12\end{aligned}$$

أضرب حدًا جبريًا في مقدار جبري

أعوّض $y = 5$, $x = -1$

أطبّق أولويات العمليات

3 $2a(4a + b)$, $a = -2$, $b = 7$

4 $5b(2a - b)$, $a = 2$, $b = -3$

5 $2x(x - 2y + 1) - 6$, $x = -3$, $y = 4$

6 $4y(y - 2x) + y + 2$, $x = -4$, $y = 2$

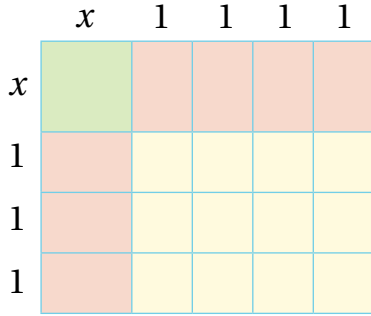
أتحقق من فهمي: 

الوحدة 2

يمكنني أن أضربَ مقدارين جبريين باستخدام نماذج المساحة، أو باستخدام خاصية التوزيع؛ وذلك بضرب كل حدٍّ من حدود المقدار الأول في كل حدٍّ من حدود المقدار الثاني.

مثال 3

أجدُ ناتج الضرب $(x + 4)(x + 3)$ في أبسط صورة.



الطريقة 1: نماذج المساحة.

طول المستطيل الكبير $(x + 4)$ وحدات، وعرضه $(x + 3)$ وحدات.
مساحة المستطيل الكبير تساوي ناتج ضرب المقدارين الجبريين.
مساحة المربع الأخضر تساوي $x \times x = x^2$ وحدة مربعة.
مساحة كل واحد من المستطيلات الحمراء تساوي $(x \times 1 = x)$ وحدة مربعة.
مساحة كل واحد من المربعات البرتقالية تساوي $(1 = 1 \times 1)$ وحدة مربعة.
إذن، مساحة المستطيل الكبير، هي:

$$x^2 + 7(x) + 12 = x^2 + 7x + 12$$

الطريقة 2: خاصية التوزيع.

$$\begin{aligned} (x + 4)(x + 3) &= (x^2 + 3x) + (4x + 12) \\ &= x^2 + (3x + 4x) + 12 \\ &= x^2 + 7x + 12 \end{aligned}$$

يمكنني أيضاً استخدام خاصية التوزيع بطريقة مختلفة كما يأتي:

$$\begin{aligned} (x + 4)(x + 3) &= x(x + 3) + 4(x + 3) \\ &= (x^2 + 3x) + (4x + 12) \\ &= x^2 + (3x + 4x) + 12 \\ &= x^2 + 7x + 12 \end{aligned}$$

أفصل المقدار $(x+4)$ إلى حدّين x ، 4
ثم أضربُ كلًّا منهما في المقدار $(x+3)$
أستخدمُ خاصية التوزيع
أجمعُ الحدود المتشابهة
أكتبُ المقدار في أبسط صورة

أتحقّق من فهمي: أجدُ ناتج الضرب في كلِّ ممّا يأتي:

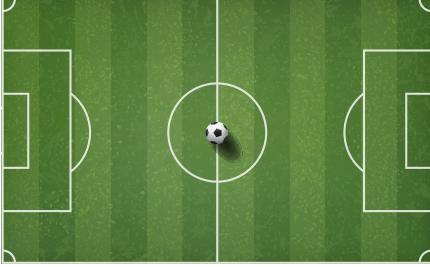


1 $(x + 2)(x + 5)$

2 $(3 - d)(4 - d)$

يمكنني استخدام ضرب المقادير الجبرية في التطبيقات الحياتية.

مثال 4: من الحياة



ملعب مستطيل الشكل، طوله $(5x + 4)$ m، وعرضه $(3x + 2)$ m،
يُراد زراعته بالنجيل. أجد مساحة المنطقة المزروعة بالنجيل بدلالة x .

$$\begin{aligned} A &= (5x + 4)(3x + 2) \\ &= 5x(3x + 2) + 4(3x + 2) \\ &= (5x \times 3x + 5x \times 2) + (4 \times 3x + 4 \times 2) \\ &= (15x^2 + 10x) + (12x + 8) \\ &= 15x^2 + (10x + 12x) + 8 \\ &= 15x^2 + 22x + 8 \end{aligned}$$

$$A = l \times w$$

أفصل المقدار $(5x + 4)$ إلى حدّين

أستخدم خاصية التوزيع

قاعدة ضرب القوى في الأسس

الخاصية التجميعية

أجمع الحدود المتشابهة

أتحقق من فهمي: ✓

سجاد: سجادة مستطيلة الشكل، طولها $(x + 6)$ m، وعرضها $(x + 3)$ m. أجد مساحة السجادة بدلالة x .

أجد ناتج الضرب في كلِّ ممَّا يأتي:

- | | | | | | |
|---|-------------------|---|----------------------|---|-----------------|
| 1 | $6 \times (-3b)$ | 2 | $-2 \times (4w)$ | 3 | $-2u \times 5u$ |
| 4 | $8d \times (-7d)$ | 5 | $3xy \times (-xy^2)$ | 6 | $(-dq^2)(-3qd)$ |

أبسّط كلِّ مقدارٍ جبريٍّ ممَّا يأتي، ثمَّ أجد قيمته عند القيم المُعطاة:

- | | |
|---|--|
| 7 | $2d(h - 3d)$, $d = 2$, $h = -4$ |
| 8 | $-5c(c - 2r)$, $c = -3$, $r = 1$ |
| 9 | $6 + 3w + 2w(w - 2v)$, $w = -1$, $v = 4$ |

أندرب وأحل المسائل

الوحدة 2

أكتبُ كلاً ممّا يأتي في أبسط صورة:

10 $(b + 4)(b + 1)$

11 $(6 + d)(1 - d)$

12 $(3x - 1)(4x - x^2 + 2)$

13 $(4 - p)(2p - p^2 + 1)$

14 **طقس:** يمكنُ استخدامُ المقدارِ $(°F - 32) \times \frac{5}{9}$ لتحويلِ درجاتِ الحرارةِ الفهرنهايتيةِ إلى مئوية، حيثُ $°F$ درجةُ الحرارةِ الفهرنهايتيةِ. أكملُ الجدولَ الآتي:

الدرجةُ الفهرنهايتيةُ (°F)	5	32	41
الدرجةُ المئويةُ (°C)			

15 **رياضة:** يستخدمُ المدربون الرياضيون المقدارَ الجبريَّ $(220 - a) \times \frac{3}{5}$ ، حيثُ a عمرُ الشخص؛ لإيجادِ الحدِّ الأدنى لمعدلِ ضرباتِ القلبِ في الدقيقةِ. أجدُ الحدَّ الأدنى لمعدلِ ضرباتِ قلبِ لاعبٍ عمره 20 سنةً.

16 أعودُ إلى فقرة (أستكشف) بدايةَ الدرس، وأحلُّ المسألة.

معلومة

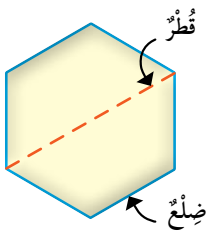
تُقاسُ درجةُ الحرارةِ بوحدةِ الفهرنهايت، واختصارها (°F)، ووحدةِ المئوي، واختصارها (°C).



مهارات التفكير العليا

أتعلم

قَطْرُ المَضَلَعِ: قطعةٌ مستقيمةٌ تصلُ بينَ رأسينِ غيرِ مُتجاورينِ فيه. ويعتمدُ عددُ أقطارِ المضلعِ على عددِ أضلاعه.



تحد: يمكنني إيجاد العدد الكلي من الأقطار لأي مضلع باستخدام المقدار الجبري $\frac{1}{2}n(n-3)$ ، حيثُ n عددُ الأضلاع. أتأمل الشكل المجاور، ثم أجيب:

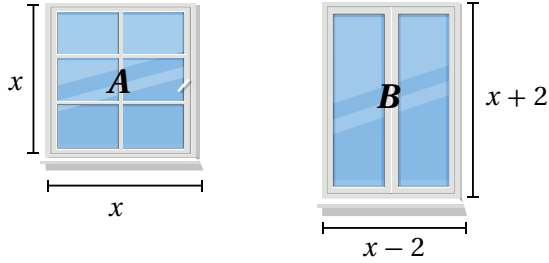
17 ما أقل قيمة ممكنة للمتغير n ؟

18 أكونُ جدولاً من أربع قيم ممكنة لـ n ، ثم أكملُ الجدولَ بإيجادِ قيمةِ المقدارِ لكلِّ قيمةٍ n .

19 أتتحقق من حلي برسم أقطار شكلٍ خماسي.

20 **أكتب:** أكتبُ كيف أضربُ مقدارين جبريين.

n				
قيمةُ المقدارِ				



أستكشف

أي النافذتين مساحتها أكبر؟

فكرة الدرس

أتعرف قواعد إيجاد مربع مجموع حدّين ومجموع حدّين في الفرق بينهما.

تعلمت سابقاً إيجاد مربع مجموع حدّين على الصورة $(a + b)^2$ عن طريق إيجاد حاصل الضرب $(a+b)(a+b)$ ، ويمكن أيضاً استعمال القطع الجبرية لتمثيل $(a + b)^2$ لأي قيمتين a و b كما يأتي:

$$\begin{array}{c}
 \begin{array}{c} a+b \\ \overline{a \quad b} \\ a \left\{ \begin{array}{c} a^2 \\ ab \end{array} \right. \\ b \left\{ \begin{array}{c} ab \\ b^2 \end{array} \right. \end{array} \\
 \begin{array}{c} a^2 \\ ab \\ ab \\ b^2 \end{array} \\
 \hline
 (a+b)^2 = a^2 + ab + ab + b^2 = a^2 + 2ab + b^2
 \end{array}$$

إذن، ضرب مجموع حدّين في نفسه (مربع مجموع حدّين) يتبع قاعدة ثابتة يمكن استعمالها لتسهيل عملية الضرب.

مربع مجموع حدّين

مفهوم أساسي

• **بالكلمات:** مربع $(a + b)$ يساوي مربع a مضافاً إليه مثلاً حاصل ضرب a في b مضافاً إليه مربع b .

• **بالرموز:** $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

أجد ناتج كل مما يأتي:

مثال 1

1 $(3k + 5)^2$

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(3k + 5)^2 = (3k)^2 + (2 \times 3k \times 5) + (5)^2$$

$$= 9k^2 + 30k + 25$$

مربع مجموع حدّين

$$a = 3k, b = 5$$

أبسط

الوحدة 2

2 $(y^2 + 3)^2$

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(y^2 + 3)^2 = (y^2)^2 + (2 \times y^2 \times 3) + 3^2 \\ = y^4 + 6y^2 + 9$$

مربع مجموع حدّين

$$a = y^2, b = 3$$

أبسط

أتحقّق من فهمي:



3 $(2c + 10)^2$

4 $(d^2 + 4)^2$

توجد أيضًا قاعدة لإيجاد $(a-b)^2$ ، ويمكن إيجادها بكتابة $(a-b)$ على صورة $a + (-b)$ ثم استعمال قاعدة $(a+b)^2$:

$$(a-b)^2 = [a + (-b)]^2 = (a)^2 + 2(a)(-b) + (b)^2 \\ = a^2 - 2ab + b^2$$

مربع مجموع حدّين

أبسط

مربع الفرق بين حدّين

مفهوم أساسي

• **بالكلمات:** مربع $(a-b)$ يساوي مربع a مطروحًا منه مثنًا حاصل ضرب a في b مضافًا إليه مربع b .

• **بالرموز:** $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

مثال 2 أجد ناتج كلّ ممّا يأتي:

1 $(2h - z)^2$

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(2h-z)^2 = (2h)^2 - (2 \times 2h \times z) + (z)^2 \\ = 4h^2 - 4hz + z^2$$

مربع الفرق بين حدّين

$$a = 2h, b = z$$

أبسط

2 $(6 - 5y^3)^2$

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(6-5y^3)^2 = (6)^2 - (2 \times 6 \times 5y^3) + (5y^3)^2 \\ = 36 - 60y^3 + 25y^6$$

مربع الفرق بين حدّين

$$a = 6, b = 5y^3$$

أبسط

أتحقق من فهمي:



3 $(7t^2 - 1)^2$

4 $(x^3 - 4y^2)^2$

يتبع ناتج ضرب مجموع حدين في الفرق بينهما $(a-b)(a+b)$ قاعدة ثابتة يمكن اكتشافها واستعمالها في إيجاد ناتج الضرب بسهولة:

$$\begin{array}{c} a+(-b) \\ \overbrace{a \quad -b} \\ a+b \left\{ \begin{array}{cc} a & -b \\ \hline a^2 & -ab \\ b & ab \\ \hline ab & -b^2 \end{array} \right. = \begin{array}{c} a^2 \\ -ab \end{array} + \begin{array}{c} ab \\ -b^2 \end{array} = \begin{array}{c} a^2 \\ -b^2 \end{array} \\ (a+b)(a-b) = a^2 + (-ab) + ab + (-b^2) = a^2 + (-b^2) \end{array}$$

ضرب مجموع حدين في الفرق بينهما

مفهوم أساسي

• **بالكلمات:** ناتج ضرب $(a-b)(a+b)$ يساوي مربع a مطروحاً منه مربع b .

• **بالرموز:** $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

مثال 3 أجد ناتج كل مما يأتي:

1 $(c+3)(c-3)$

$$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$$

$$(c+3)(c-3) = (c)^2 - 3^2$$

$$= c^2 - 9$$

ضرب مجموع حدين في الفرق بينهما

$$a = c, b = 3$$

أبسط

2 $(4x^2 + d^5)(4x^2 - d^5)$

$$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$$

$$(4x^2 + d^5)(4x^2 - d^5) = (4x^2)^2 - (d^5)^2$$

$$= 16x^4 - d^{10}$$

مربع مجموع حدين

$$a = 4x^2, b = d^5$$

أبسط

الوحدة 2

أتحقق من فهمي:

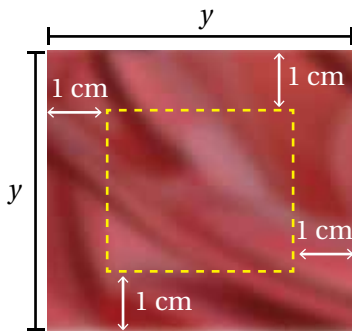


3 $(6w + d^4)(6w - d^4)$

4 $(x^3 + 3h^7)(x^3 - 3h^7)$

تُستعملُ قوانينُ (مربع مجموع حدّين) و(مربع الفرق بين حدّين) و(مجموع حدّين في الفرق بينهما) في كثيرٍ من التطبيقات الحياتية والعلمية.

مثال 4: من الحياة



خياطة: قطعة قماشٍ مربعة الشكل طول ضلعها y سنتيمترًا، إذا قُصَّ شريطٌ عرضُهُ 1 cm بمحاذاة حوافها الأربع، فأجدُ المساحة المتبقية وسطّ قطعة القماش بدلالة y .

الخطوة 1 أحدد طول ضلع قطعة القماش المتبقية في الوسط بعد القص.

طول قطعة القماش الأصلية y سنتيمترًا قُصَّ منها 1 cm بمحاذاة حوافها الأربع. إذن، أصبح طول الضلع $(y-2)$ سنتيمترًا.

الخطوة 2 أحسب المساحة.

$$A = s^2$$

$$= (y-2)^2$$

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(y-2)^2 = y^2 - (2 \times y \times 2) + 2^2$$

$$= y^2 - 4y + 4$$

مساحة المربع

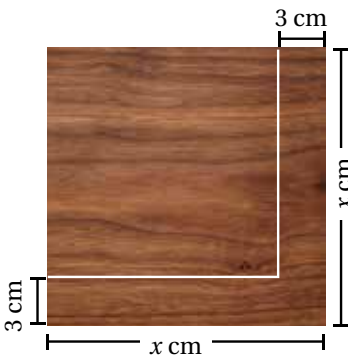
$$s = y - 2$$

قانون مربع الفرق بين حدّين

$$a = y, b = 2$$

أبسط

إذن، المساحة المتبقية في الوسط من القماش بدلالة y هي $(y^2 - 4y + 4) \text{ cm}^2$



أتحقق من فهمي:



نجارة: يبيّن الشكل المجاور أبعاد لوح خشبيّ مربع الشكل طول ضلعه x سنتيمترًا. إذا قُصَّ شريطٌ عرضُهُ 3 cm من حافتي اللوح مثلما يظهر في الشكل، فأحسب مساحة المربع المتبقي من اللوح بدلالة x .

يمكن استعمال قواعد ضرب المقادير الجبرية لإجراء بعض الحسابات الذهنية بسهولة.

مثال 5

أستعمل الحساب الذهني لأجد ناتج كل مما يأتي:

1 71^2

$$71^2 = (70 + 1)^2$$

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(70 + 1)^2 = 70^2 + (2 \times 70 \times 1) + 1^2$$

$$= 4900 + 140 + 1$$

$$= 5041$$

أكتب 71^2 على صورة مربع مجموع حدين

مربع مجموع حدين

$$a = 70, b = 1$$

أضرب

أجمع

$$71^2 = 5041, \text{ إذن،}$$

أتحقق من فهمي: ✓

2 52^2

3 49^2

أندرب

وأحل المسائل



أجد ناتج كل مما يأتي:

1 $(w + 2)^2$

2 $(x - 11)^2$

3 $(4m^3 - 5y)^2$

4 $(w^2 - 7)(w^2 - 7)$

5 $(5a + 4)(5a - 4)$

6 $(x^2 + 7y^4)(x^2 - 7y^4)$



7 هندسة: بركة سباحة مستطيلة الشكل، طولها

بالمتر $(3x + 6)$ وعرضها بالمتر $(3x - 6)$ ،

أجد مساحتها بدلالة x وبأبسط صورة.

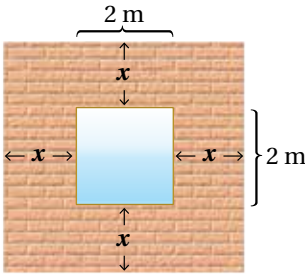
الوحدة 2

حساب ذهني: أستعمل الحساب الذهني لأجد ناتج كل مما يأتي:

8 88^2

9 403^2

10 37^2



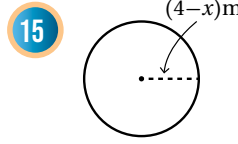
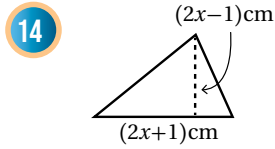
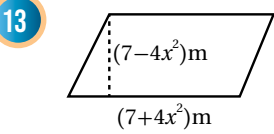
11 يبيّن الشكل المجاور جداراً مربع الشكل تتوسطه نافذة. أعبّر عن مساحة الجدار بدلالة x بطريقتين مختلفتين.

معلومة

تتمدّد معظم المواد بالحرارة وتقلّص بالبرودة، إلا أن الماء يخالف هذه القاعدة، إذ إنّه يتمدّد بالبرودة ويتقلّص بالحرارة.

12 **علوم:** لوحة معدنية مربعة الشكل، طول ضلعها بالسنتيمتر (w)، إذا تعرضت للحرارة فتمدّدت مُحافِظَةً على شكلها وازداد طول ضلعها بمقدار 0.02 cm، فأجد مساحة اللوحة بعد التمدد بدلالة w .

قياس: أجد مساحة كل شكل مما يأتي بدلالة x :



مهارات التفكير العليا

16 **أكتشف المختلف:** أحدد العبارة المختلفة عن بقية العبارات:

$x^2 - 10x + 25$

$x^2 + 6x + 18$

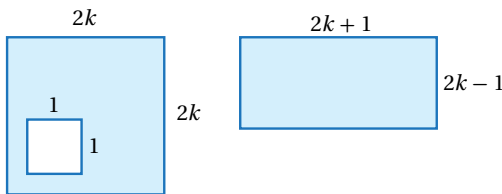
$x^2 + 8x + 16$

$x^2 + 2x + 1$

17 **تحذّر:** هل توجد قاعدة لحساب $(x - y)^3$ ؟

إرشاد

لحلّ هذا السؤال، أكتب المقدار بصورة ضرب مكرّر.



18 **تبرير:** أبين أن مساحتي الجزأين المظللين في الشكلين المجاورين متساويتان أم لا. أبرر إجابتي.

19 **أكتب:** أكتب فقرة أبين فيها كيف أجد مربع مجموع حدّين.

اختبار نهاية الوحدة

أختار رمز الإجابة الصحيحة لكل مما يأتي:

1 الصيغة الأسية المكافئة للحد الجبري
 $t \times b \times t \times b^2 \times t$ هي:

- a) $t^2 \times b^3$ b) $t^3 \times b^2$
 c) $(t \times b)^3$ d) $(t + b)^3$

2 الصورة العشرية للعدد $6.2 \times (2 \times 5)^{-2}$ هي:

- a) 0.62 b) 62
 c) 620 d) 0.062

3 قيمة المقدار $2 \div (7 + 5^2) - 10$ هي:

- a) 6 b) -6
 c) -4 d) -11

4 إذا كان $b = 3$, $k = -4$, فإن قيمة $6k - 2b$ هي:

- a) 18 b) -18
 c) -30 d) 3

5 يمشي جمال مسافة c كيلومتر في كل من أيام السبت والإثنين والأربعاء والجمعة. الحد أو المقدار الجبري الذي يمثل مجموع الكيلومترات التي يقطعها جمال في الأيام الأربعة هو:

- a) $4c$ b) $4 + c$
 c) c d) $4 + 4c$

6 العبارة الصحيحة مما يأتي هي:

- a) $5(x - 3) = 5x + 2$
 b) $x(x + 3y) = x^2 + 3xy$
 c) $x(x + 4) = 2x + 4$
 d) $x(y - b) = -xyb$

7 المقدار الجبري المكتوب في أبسط صورة مما يأتي هو:

- a) $3x - 5 + x$ b) $3x^2 + x - 1$
 c) $x^2 - 2x - x$ d) $x - 5x + 1$

8 ناتج ضرب المقدار $(2x + 4)(2x - 4)$ يساوي:

- a) $2x^2 - 16$ b) $4x^2 - 16$
 c) $4x^2 + 16$ d) $4x - 16$

9 مربع طول ضلعه $(x - 6)$ وحدة، فتكون مساحته:

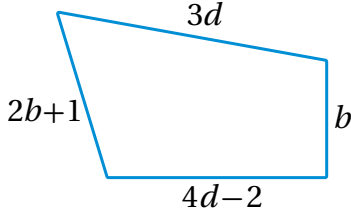
- a) $x^2 + 12x - 36$ b) $x^2 - 36$
 c) $x^2 - 12x + 36$ d) $x^2 + 36$

10 أصل بخط بين الحدود أو المقادير الجبرية المتساوية في ما يأتي:

m^4
 $3m + m$
 $3m$
 m^2

$m + m + m$
 $m \times m$
 $4m$
 $m \times m \times m \times m$

21 أكتب مقدارًا جبريًا يمثل محيط الشكل الآتي في أبسط صورة.



تدريب على الاختبارات الدولية:

22 إذا كان $x = -2$, $y = -3$ ، فإن قيمة $-3x - 2y$ هي:

- a) 0 b) -12
c) 12 d) 10

23 لأي عدد w ، يمكن كتابة $w + w + w + w + w$ على الصورة:

- a) $w + 5$ b) $5w$
c) w^5 d) $5(w + 1)$

24 إذا كانت $x = 5$ ، فما قيمة $\frac{3x+1}{x-13}$ ؟

25 تملك نوارٌ مثلي ما يملكه حسنٌ من الكتب، وتملك سكينه 6 كتبٍ زيادةً على ما يملكه حسنٌ. إذا كان x يمثل عدد الكتب التي يملكها حسنٌ، فأكتب مقدارًا جبريًا يمثل مجموع الكتب التي يملكها الثلاثة معًا.

11 أجد قيمة $2(15 \div 3) + 6 \times 4 - 5^2$

أكتب كلَّ مقدارٍ جبريٍّ مما يأتي في أبسط صورة:

12 $6d - 1 - (d - 2)$

13 $(2x + y)(x - y)$

14 $3mn(2m + n) - n^2m$

15 $(x - 1)(x^2 + x)$

16 $(2x - 7)(2x + 7)$

17 $(6y - 3x)(6y - 3x)$

18 $(x - 4)^2$

19 $(3d + 6)^2$

20 اشترت رولا 18 دفترًا، سعر الواحد منها n قرشًا، واشترت 30 قلم حبر، سعر الواحد منها m قرشًا:

(a) أكتب مقدارًا جبريًا يمثل المبلغ الذي دفعته رولا ثمنًا للأقلام والدفاتر.

(b) أجد المبلغ الذي دفعته رولا إذا كان ثمن الدفتر 20 قرشًا وثمان القلم 15 قرشًا.

المعادلات الخطية

ما أهمية هذه الوحدة؟

تُعَدُّ المعادلات والمُتتاليات من أكثرِ الموضوعاتِ أهميةً في علمِ الرياضيات؛ لِمَا لَهَا من تطبيقاتٍ واسعةٍ في مختلفِ المجالاتِ. فمثلاً، يستخدمُ المهندسونَ المعادلاتِ والمُتتالياتِ لتحليلِ العلاقةِ بينَ الزمنِ الذي مرَّ على إنشاءِ الجسورِ وقدرتها على تحمُّلِ وزنِ المركباتِ التي تسيرُ عليها.



سأتعلَّمُ في هذه الوحدة:

- حلُّ المعادلةِ الخطيةِ بمتغيِّرٍ واحدٍ.
- كتابةَ حدودٍ متتاليةٍ خطيةٍ، وإيجادَ حدِّها العامِّ.

تعلَّمْتُ سابقاً:

- ✓ الحدودَ والمقاديرَ الجبريةَ، وإيجادَ قيمها عندما تكونُ قيمةَ المتغيِّراتِ معلومةً.
- ✓ حلُّ المعادلاتِ الخطيةِ بخطوةٍ واحدةٍ.

مشروع الوحدة: خدمة التوصيل



3 أختار شركتين، ثم أكتب معادلة تمثل حالة التساوي في إجمالي السعر، ثم أحل المعادلة لأجد عدد القطع الذي يجعل السعر الإجمالي متساوياً بين الشركتين.

4 أكرر الخطوة السابقة باختيار زوجين مختلفين من الشركات.

5 أكتب متتالية خطية لكل شركة، تمثل إجمالي السعر عند شراء: 1, 2, 3, 4, 5 قطعة من السلعة.

6 أكتب الحد العام لكل متتالية.

7 أستخدم الحد العام للمتتالية لإيجاد التكلفة الكلية لشراء 10 قطع من السلعة من الشركات الثلاث.

عرض النتائج:

أصمم مطويةً مبتكرةً أكتب فيها ما يأتي:

- خطوات عمل المشروع، والنتائج التي توصلت إليها.
- بعض الصعوبات التي واجهتني في أثناء عملي في المشروع، وكيف تغلبت عليها.
- أعرض المطوية أمام زملائي / زميلاتي.

أستعدُّ وزملائي / زميلاتي لتنفيذ مشروعنا الخاص الذي نستعمل فيه ما ستعلّمه في هذه الوحدة عن المعادلات الخطية.

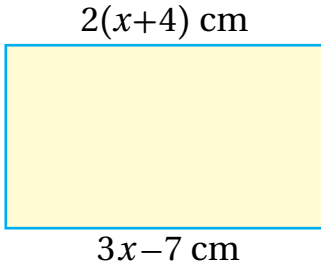
خطوات تنفيذ المشروع:

1 أختار سلعةً مُحدّدة (مثل: كتاب، حقيبة، هاتف، ...)، ثم أبحث في شبكة الإنترنت عن ثلاث شركات أو متاجر إلكترونية تبيع هذه السلعة عن بُعد مع خدمة التوصيل، وأكتب في الجدول الآتي سعر القطعة الواحدة من كل شركة وتكلفة التوصيل.

السلعة	سعر القطعة	تكلفة التوصيل

2 أكتب تعبيراً جبرياً يمثل إجمالي السعر لكل شركة عند شراء x قطعة من السلعة.

أستكشف



أنظر إلى المستطيل المجاور، ثم أجيب:

(1) ما قيمة كل من المقدارين الجبريين:
 $2(x+4)$ و $3x-7$ عندما $x = 4$ ؟

(2) هل يمكن إيجاد قيمة للمتغير x يتساوى عندها
المقداران $2(x+4)$ و $3x-7$ ؟

(3) كم طول المستطيل بحسب قيمة x التي أوجدتها؟

فكرة الدرس

أحلّ معادلةً بمتغيرٍ واحدٍ.

يُمكنني حلّ معادلةٍ تحتوي على متغيرٍ واحدٍ في أحد طرفيها باستخدام خصائص المساواة.

مثال 1

أحلّ المعادلة $3(3x+2) = 42$ ، ثم أتحمق من صحّة الحلّ:

$$3(3x+2) = 42$$

المعادلة الأصلية

x	x	x	2	x	x	x	2	x	x	x	2
42											

$$3 \times 3x + 3 \times 2 = 42$$

خاصية التوزيع

x	x	x	x	x	x	x	x	x	2	2	2
42											

$$9x + 6 = 42$$

أضرب

$$9x + 6 = 42$$

$$9x + 6 = 42$$

$$\underline{-6} \quad \underline{-6}$$

$$9x = 36$$

أطرح 6 من كلا الطرفين

x	x	x	x	x	x	x	x	x	6
36									6

$$9x = 36$$

$$9x = 36$$

$$\underline{\div 9} \quad \underline{\div 9}$$

$$x = 4$$

أقسم كلا الطرفين على 9

x	x	x	x	x	x	x	x	x
4	4	4	4	4	4	4	4	4

$$x = 4$$

أتحمق من صحّة الحلّ:

$$3(3(4)+2) \stackrel{?}{=} 42$$

$$3(14) \stackrel{?}{=} 42$$


$$42 = 42 \checkmark$$

بتعويض $x = 4$ في المعادلة

أبسّط

الطرفان متساويان. إذن، الحلّ صحيح

الوحدة 3

أتحقّق من فهمي: أحلّ كلّاً من المعادلتين الآتيتين، ثمّ أتحقّق من صحّة الحلّ: 

1 $3(2x - 2\frac{2}{3}) = -42$

2 $2(\frac{x}{5} - 7) = -16$

يمكنني أيضاً استخدام خصائص المساواة لحلّ معادلة تحتوي على متغيّر على طرفي المساواة.

مثال 2 أحلّ المعادلة $\frac{2}{3}(x - 5) = -(5 + x)$ ، ثمّ أتحقّق من صحّة الحلّ:

$$\frac{2}{3}(x - 5) = -(5 + x)$$

المعادلة الأصليّة

$$2(x - 5) = -3(5 + x)$$

أضرب طرفي المعادلة في 3

$$2x - 10 = -15 - 3x$$

خاصيّة التوزيع

$$\begin{array}{r} +3x \quad +3x \\ 2x - 10 = -15 - 3x \end{array}$$

$$5x - 10 = -15$$

أجمع $3x$ لكلا الطرفين

$$\begin{array}{r} +10 \quad +10 \\ 5x - 10 = -15 \end{array}$$

$$5x = -5$$

أجمع 10 لكلا الطرفين

$$\begin{array}{r} \div 5 \quad \div 5 \\ 5x = -5 \end{array}$$

$$x = -\frac{5}{5} = -1$$

أقسم طرفي المعادلة على 5

أتحقّق من صحّة الحلّ:

$$\frac{2}{3}(-1 - 5) \stackrel{?}{=} -(5 + -1)$$

أعوّض قيمة $x = -1$ في المعادلة الأصليّة

$$-4 = -4 \checkmark$$

الطرفان متساويان. إذن، الحلّ صحيح

أتحقّق من فهمي: 

أحلّ كلّاً من المعادلتين الآتيتين، ثمّ أتحقّق من صحّة الحلّ:

1 $-2(-6 - k) = \frac{1}{4}(k + 13)$

2 $5 - 7b = -4(b + 1) - 3$

يمكنني كتابة معادلات خطية لتمثيل مواقف حياتية، ثم أحلها.

مثال 3: من الحياة



لدى عليّ 4 علب مليئة بالأقلام، وقلمان إضافيان، ولدى خالدّ علبتان مليئتان بالأقلام و 10 أقلام إضافية. كم قلمًا في العلبّة الواحدة إذا كان لدى كلّ منهما العدد نفسه من الأقلام؟

ليكن عدد الأقلام في كلّ علبه هو x . إذن، لدى عليّ $4x + 2$ قلمًا، ولدى خالدّ $2x + 10$ قلمًا، وبما أنّ لدى كلّ من عليّ وخالدّ العدد نفسه من الأقلام، فإنّ $4x + 2 = 2x + 10$. أحلّ المعادلة لأجد قيمة المتغيّر الذي يمثل عدد الأقلام في كلّ علبه.

$$4x + 2 = 2x + 10$$

$$\frac{-2x}{-2x} \quad \frac{-2x}{-2x}$$

$$2x + 2 = 10$$

$$\frac{-2}{-2} \quad \frac{-2}{-2}$$

$$2x = 8$$

$$\frac{\div 2}{\div 2} \quad \frac{\div 2}{\div 2}$$

$$x = 4$$

المعادلة الأصلية

أطرح $2x$ من كلا الطرفين

أطرح 2 من كلا الطرفين

أقسم كلا الطرفين على 2

إذن، تحتوي كلّ علبه على 4 أقلام.

أتحقّق من صحّة الحلّ:

أعوّض $x = 4$ في المعادلة الأصلية

أبسّط

الطرفان متساويان. إذن، الحلّ صحيح

$$4(4) + 2 \stackrel{?}{=} 2(4) + 10$$

$$16 + 2 \stackrel{?}{=} 8 + 10$$

$$18 = 18 \checkmark$$

أتحقّق من فهمي:



ناتج ضرب عدد ما في 3 ثمّ إضافة 5 يساوي ناتج جمعه مع العدد 23، فما العدد؟

الوحدة 3

أُتَدَرَّبُ وأحلُّ المسائل

أحلُّ كلاً من المعادلات الآتية، ثمَّ أتحقِّق من صحَّة الحلِّ:

1 $2(5x + 14) = 6$

2 $3(4 - x) = 33$

3 $\frac{2}{3}(x - 8) = 7$

4 $\frac{4x - 1}{7} = 5$

أحلُّ كلاً من المعادلات الآتية، ثمَّ أتحقِّق من صحَّة الحلِّ:

5 $2(3x - 4) = 4x + 17$

6 $\frac{3}{4}(6 + x) = -2(x - 5)$

7 $\frac{1}{3}(x - 2) + 10 = 4 - 3x$

8 $\frac{x + 4}{5} = 9 - 7x$

9 ناتج ضرب عدد ما في 7 ثمَّ جمعه مع 6 يساوي ناتج جمعه مع العدد 30، فما العدد؟

10 **العُمُرُ:** هُلا أصغرُ بـ 7 سنواتٍ من ريم، وسليمُ عُمُرُهُ يساوي ضعفَ عُمُرِ ريم. إذا كان مجموعُ عُمُرَي هُلا وريمٍ مساوياً لِعُمُرِ سليمٍ مطروحاً من 57، فأكتبُ معادلةً، ثمَّ أحلُّها لأجدَ عُمُرَ كُلِّ واحدٍ منهم.

11 أرَتبُ خطواتِ حلِّ المعادلة $2x + 7 = 19 - 2x$. أكتبُ رقمَ كُلِّ خطوةٍ في ○:

$4x = 12$

$4x + 7 = 19$

$x = 3$

$-7 - 7$

$+2x + 2x$

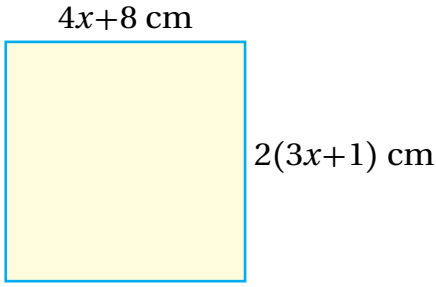
$\div 4 \div 4$

$2x + 7 = 19 - 2x$

12 **حدائقُ:** حديقةٌ مستطيلةُ الشكل، بُعِداها $(x + 3)$ متراً، و $(x + 1)$ متراً. إذا كان محيطُ الحديقةِ 44 متراً، فأجدُ قيمةَ x ، ثمَّ أجدُ بُعدي الحديقةِ.

إرشادُ

يمكنني التخلص من الكسر المصروب في القوس بضرب طرفي المعادلة في مقلوب الكسر.



لديّ المربع المُجاورُ:

أجدُ قيمةَ x

13

ما طولُ ضلعِ المربعِ؟

14

مهاراتُ التفكيرِ العُلْيَا

تبريرٌ: حلّت كلٌّ من ندى وعبيرِ المعادلةَ $3(5x - 1) = 42$ بطريقةٍ مختلفةٍ:

عبيرُ	
$3(5x - 1) = 42$	
$15x - 3 = 42$	
$+3 \quad +3$	
$15x = 45$	
$\div 15 \quad \div 15$	
$x = 3$	

ندى	
$3(5x - 1) = 42$	
$\div 3 \quad \div 3$	
$5x - 1 = 14$	
$+1 \quad +1$	
$5x = 15$	
$\div 5 \quad \div 5$	
$x = 3$	

15 ما الفرقُ بينَ حلِّ ندى وحلِّ عبيرِ؟ هل حلٌّ كلٌّ منهما صحيحٌ؟

16 هل يمكنُ استخدامُ طريقةِ ندى لحلِّ أيِّ معادلةٍ؟ أبرّرْ إجابتي.

17 تحدّ: أحلّ المعادلةَ الآتيةَ:

$$2x + 7 = 5 + 2x$$

18 أكتبْ: أصنّف كيفَ أحلّ معادلةً خطيّةً تحتوي على متغيّرٍ في طرفيها.

أفكّرْ

هل توجدُ معادلةٌ ليسَ لها حلٌّ؟



أستكشفُ

قسِّمَ حسنٌ بسَطَ كَسْرٍ على مَقَامِهِ باستخدامِ حاسِبَةٍ، فكانَ الناتجُ 5.333333، هلْ يمكنُ معرفةَ هذا الكسْرِ؟

فكرةُ الدرسِ

أحوَّلُ الكسْرَ العَشْرِيَّ الدَّوْرِيَّ إلى كسْرٍ فعْلِيٍّ أو عددٍ كسْرِيٍّ.

المصطلحاتُ

كسْرٌ عَشْرِيٌّ دَّوْرِيٌّ.

يمكنُ استخدامُ حلِّ المعادلاتِ وخصائصِ المساواةِ لكتابةِ أيِّ كسْرٍ عَشْرِيٍّ دَّوْرِيٍّ (repeating decimal) على صورةِ كسْرٍ $\frac{a}{b}$ ، حيثُ a و b عددانِ صحيحانِ، و $b \neq 0$.

مثال 1 أكتبُ الكسْرَ العَشْرِيَّ الدَّوْرِيَّ $0.\overline{4}$ على صورةِ كسْرٍ $\frac{a}{b}$.

أعبرُ عن الكسْرِ العَشْرِيَّ الدَّوْرِيَّ بِمُتغيِّرٍ مثلِ x ، ثمَّ أجري العَمَلِيَّاتِ الآتِيَّةَ؛ لأكتبهُ على صورةِ كسْرٍ $\frac{a}{b}$.

$$x = 0.444\dots$$

$$10(x) = 10(0.444\dots)$$

$$10x = 4.444\dots$$

$$10x = 4 + 0.444\dots$$

$$10x = 4 + x$$

$$9x = 4$$

$$x = \frac{4}{9}$$

أضربُ طَرَفِي المعادِلَةِ في 10؛ لأنَّ منزلةَ واحدةٍ فقط تتكرَّرُ

أضربُ في 10، أحرِّكُ الفاصلةَ منزلةً واحدةً إلى اليمينِ

أجزئُ العددَ العَشْرِيَّ إلى عددٍ صحيحٍ وكسْرٍ عَشْرِيٍّ

$$x = 0.444\dots \text{ أَعوِّضُ}$$

أطرحُ x من كلا الطَّرَفَيْنِ

أقسِّمُ كلا الطَّرَفَيْنِ على 9

إذن، يُكتبُ الكسْرُ العَشْرِيَّ الدَّوْرِيَّ $0.\overline{4}$ على صورةِ كسْرٍ $\frac{a}{b}$ كما يأتي: $\frac{4}{9}$

أتحققُ من فهمي: أكتبُ الكسْرَ العَشْرِيَّ الدَّوْرِيَّ على صورةِ كسْرٍ $\frac{a}{b}$ في ما يأتي:

1 $0.\overline{1}$

2 $0.\overline{2}$

3 $0.\overline{5}$

4 $0.\overline{8}$

توجدُ كسورٌ عشريَّةٌ دوريَّةٌ يتكرَّرُ فيها رَقمانِ أو أكثرُ، ويمكننا أيضًا كتابة هذه الكسورِ العشريَّةِ الدوريَّةِ على الصَّورة $\frac{a}{b}$.

مثال 2: من الحياة



تقدَّم 66 طالبًا إلى امتحانٍ في مادَّة العلوم، فكانَ الكسرُ العشريُّ الدالُّ على نسبةِ النَّجاحِ $0.\overline{81}$ ، أجدُ عددَ الناجحينَ. عبَّرُ عن الكسرِ العشريِّ الدوريِّ بمتغيِّرٍ مثل x ، ثمَّ أقومُ بالعمليَّاتِ الآتية؛ لأكتبُه على صورةِ كسرٍ $\frac{a}{b}$.

$$x = 0.8181\dots$$

$$100(x) = 100(0.8181\dots)$$

$$100x = 81.8181\dots$$

$$100x = 81 + 0.8181\dots$$

$$100x = 81 + x$$

$$99x = 81$$

$$x = \frac{81}{99}$$

$$x = \frac{9}{11}$$

أضربُ طرفيَّ المعادلةِ في 100؛ لأنَّ منزلتينِ تتكرَّرانِ

أضربُ في 100، أحرَّكُ الفاصلةَ منزلتينِ إلى اليمينِ

أجزئُ العددَ العشريَّ إلى عددٍ صحيحٍ وكسرٍ عشريِّ

أعوِّضُ $x = 0.8181\dots$

أطرحُ x من كلا الطرفينِ

أقسمُ كلا الطرفينِ على 99

أكتبُ الناتجَ في أبسطِ صورةٍ

لإيجادِ عددِ الطلبةِ الناجحينَ، أضربُ عددَ الطلبةِ في الكسرِ الدالِّ على نسبةِ النَّجاحِ.

$$66 \times \frac{9}{11} = 54$$

أضربُ، ثمَّ أبسِّطُ

إذن، عددُ الطلبةِ الناجحينَ هوَ 54 طالبًا.

أتحقَّقُ من فهمي:



إذا كانَ عددُ الحيواناتِ جميعها في الحديقةِ 88 حيوانًا، والكسرُ الدالُّ على الحيواناتِ المفترسةِ فيها $0.\overline{18}$ ، فأجدُ عددَ الحيواناتِ المفترسةِ.

توجدُ كسورٌ عشريَّةٌ دوريَّةٌ يتكرَّرُ فيها رَقمانِ أو أكثرُ، في حينِ لا تتكرَّرُ أرقامٌ أخرى. فمثلًا، الكسرُ العشريُّ $0.\overline{32}$ يتكرَّرُ فيه الرِّقْمُ 2 فقط، ولا يتكرَّرُ فيه الرِّقْمُ 3، ويمكنُ أيضًا كتابة هذه الكسورِ العشريَّةِ الدوريَّةِ على الصَّورة $\frac{a}{b}$.

الوحدة 3

مثال 3

أكتب العدد العشري الدوري $4.\overline{13}$ على صورة عدد كسري.

أعبر عن $4.\overline{13}$ بمتغير مثل x ، ثم أجري العمليات الآتية؛ لأجد العدد الكسري الذي يمثله.

$$x = 4.1333\dots$$

$$10x = 41.333\dots$$

$$10x = 37.2 + 4.1333\dots$$

$$10x = 37.2 + x$$

$$9x = 37.2$$

$$x = \frac{37.2}{9}$$

$$= \frac{372}{90}$$

$$= 4\frac{2}{15}$$

أضرب طرفي المعادلة في 10؛ لأن منزلة واحدة فقط تتكرر

أجزئ العدد العشري

$$x = 4.1333\dots$$

أطرح x من طرفي المساواة

أقسم الطرفين على 9

أضرب البسط والمقام في 10

أحول الكسر غير الفعلي إلى عدد كسري

إذن، يُكتب العدد العشري الدوري $4.\overline{13}$ على صورة عدد كسري كما يأتي: $4\frac{2}{15}$

أتحقق من فهمي: 

أكتب العدد العشري الدوري على صورة عدد كسري في ما يأتي:

1 $1.1\overline{6}$

2 $3.2\overline{7}$

أتدرب 
وأحل المسائل

أكتب الكسر العشري الدوري على صورة كسر $\frac{a}{b}$ في ما يأتي:

1 $0.\overline{6}$

2 $0.\overline{7}$

3 $0.\overline{3}$

4 $0.\overline{9}$

5 $0.1\overline{3}$

6 $0.3\overline{7}$

7 $0.1\overline{5}$

8 $0.3\overline{3}$

أكتب العدد العشري الدوري على صورة عدد كسري في ما يأتي:

9 $1.1\overline{4}$

10 $2.1\overline{3}$

11 $5.3\overline{4}$

12 $4.2\overline{5}$

أندكر

عند تحويل الكسر العشري الدوري إلى كسر فعلي يجب أن ننتبه إلى عدد المنازل الدورية.

أكمل الجدول الآتي، وأبحث عن نمط، ثم أصف قاعدة.

الكسر العشري الدوري	$0.\bar{1}$	$0.\bar{2}$	$0.\bar{3}$	$0.\bar{4}$	$0.\bar{5}$
صورة الكسر $\frac{a}{b}$					



ذهب: اشترت سناء خاتماً من الذهب كتلته $0.7\bar{}$ غم. أكتب كتلة الخاتم على صورة كسر فعلي.

حلويات: استخدم رمي $1.27\bar{}$ كوباً من السكر لتحضير فطيرة. ما العدد الكسري الدال على كمية السكر التي استخدمها رمي؟



زراعة: سقى مزارع $0.13\bar{}$ من أشجار مزرعته التي تحتوي على 99 شجرة. ما عدد الأشجار التي لم يسقها بعد؟

مهارات التفكير العليا

17 تحد: أجد قيمة $0.5 \times 0.327\bar{}$

18 تبرير: أكتب الكسرين العشريين 0.15 ، $0.15\bar{}$ على صورة كسر $\frac{a}{b}$ ، ثم أقرن بينهما.

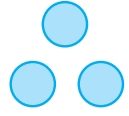
19 أكتشف الخطأ: يقول أحمد إن ناتج ضرب عدد صحيح غير الصفر في عدد عشري دوري يبقى دورياً. هل قول أحمد صحيح؟ أبرر إجابتي.

20 تحد: أجد ناتج $0.4 \times 0.3\bar{}$

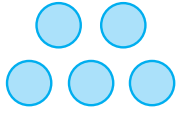
21 أكتب: كيف أكتب الكسر العشري $0.6\bar{}$ على صورة كسر عادي؟

أستكشف

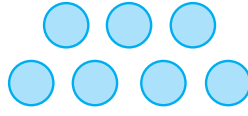
أتأمل النمط الآتي، ثم أجيب عما يليه:



الشكل (1)



الشكل (2)



الشكل (3)

(1) ما عدد الدوائر في كلٍّ من الأشكال 4, 5, 6؟

(2) كيف نجد عدد الدوائر في الشكل رقم 24؟

فكرة الدرس

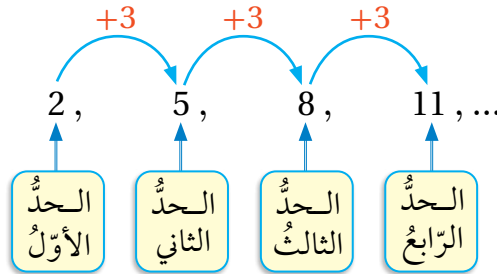
أكتب حدودًا متتالية،
وأجد الحد العام لها.

المصطلحات

متتالية، الحد،
الحد العام.

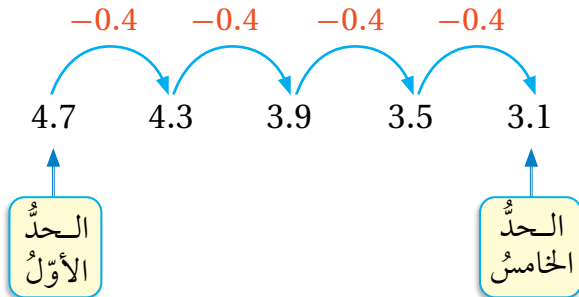
المتتالية (sequence) هي مجموعة من الأعداد تتبّع ترتيبًا معيّنًا، ويُسمّى كلُّ عددٍ فيها حدًا (term).

يمكنني أن أكمل حدود المتتالية إذا علمت القاعدة التي تربط كلَّ حدٍّ في المتتالية بالحد الذي يليه.



مثال 1

إذا كان الحد الأول في متتالية هو 4.7، والقاعدة التي تربط كلَّ حدٍّ بالحد الذي يليه هي طرح 0.4، فأجد الحد الخامس.



أبدأ بالحد الأول، وأطرح 0.4 كلَّ مرّةٍ حتى أصِل
إلى الحد الخامس. إذن، الحد الخامس هو 3.1

أتحقّق من فهمي:

إذا كان الحد الأول في متتالية هو 2.6، والقاعدة التي تربط كلَّ حدٍّ بالحد الذي يليه هي طرح 0.5، فأجد الحد السادس.

أتعلم

رتبة الحد هي ترتيب موقعه بالنسبة إلى الحدود الأخرى في المتتالية.

يمكنني أيضًا أن أجد أي حد في المتتالية إذا علمت العلاقة التي تربط بين أي حد في المتتالية ورتبته. وتسمى هذه العلاقة قاعدة الحد العام (n^{th} term). يمكنني بهذه الطريقة أن أجد الحد المطلوب من دون الحاجة إلى إيجاد جميع الحدود التي تسبقه. أليس هذا أفضل؟

مثال 2

إذا كانت قاعدة الحد العام لمتتالية هي: أضرب رتبة الحد في 3 ثم أجمع 2، فأجد كلاً من الحدود: السادس والسابع والثامن.

رتبة الحد السادس هي 6، ولإيجاد هذا الحد فإنني أطبق قاعدة الحد العام على رتبته: أضرب الرتبة في 3، ثم أجمع 2 مع الناتج.

الرتبة		الحد		
6	$\times 3$	18	$+2$	20
				الحد السادس: $6 \times 3 + 2 = 20$
7	$\times 3$	21	$+2$	23
				الحد السابع: $7 \times 3 + 2 = 23$
8	$\times 3$	24	$+2$	26
				الحد الثامن: $8 \times 3 + 2 = 26$

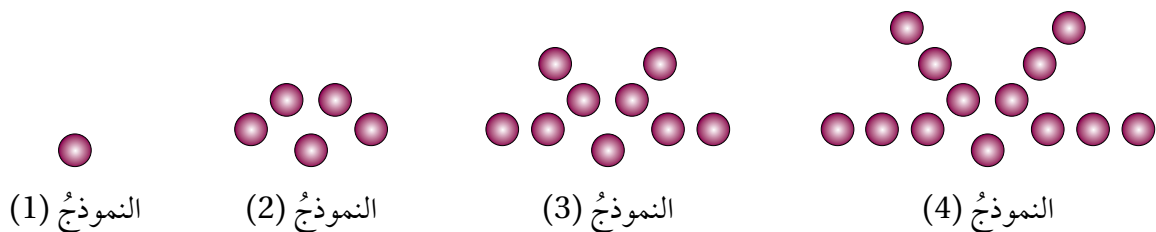
أتحقق من فهمي:

إذا كانت قاعدة الحد العام لمتتالية هي: أضرب رتبة الحد في 5 ثم أطرح 7، فأجد كلاً من الحدود: السابع والثامن والتاسع.

يمكنني أن أجد قاعدة الحد العام للمتتالية بملاحظة القاعدة التي تربط كل حد في المتتالية بالحد الذي يليه، وبملاحظة العلاقة بين رتبة كل حد وقيمته.

مثال 3

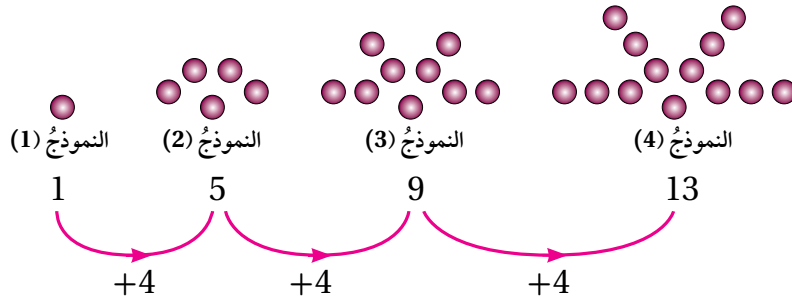
في ما يأتي نمط هندسي يشكّل عدد الدوائر فيه متتالية:



الوحدة 3

1 أجد القاعدة التي تربط كل حد في المتتالية بالحد الذي يليه:

بالانتقال من الحد إلى الحد الذي يليه، أجد أن 4 دوائر قد أضيفت. إذن، كل حد أكبر من الحد الذي يسبقه بـ 4.



2 أكتب قاعدة الحد العام.

تزداد الحدود في المتتالية بمقدار 4، وهذا يذكرني بجدول ضرب العدد 4؛ إذ إن الفرق بين كل ناتجين يساوي 4، لكن حدود المتتالية أقل بمقدار 3 من النواتج في جدول ضرب العدد 4. إذن، قاعدة الحد العام هي: أضرب رتبة الحد في 4، ثم أطرح 3.

رتبة الحد	الحد
1	1
2	5
3	9
4	13

Operations shown in the diagram:

- 1 $\times 4 = 4$, $4 - 3 = 1$
- 2 $\times 4 = 8$, $8 - 3 = 5$
- 3 $\times 4 = 12$, $12 - 3 = 9$
- 4 $\times 4 = 16$, $16 - 3 = 13$

3 ما عدد الدوائر في الحد الذي رتبته 15؟

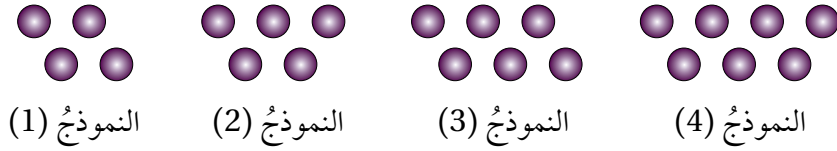
لإيجاد عدد الدوائر، فإنني أطبق قاعدة الحد العام على الحد الذي رتبته 15؛ أضرب الرتبة في 4، ثم أطرح 3 من الناتج.

$$\begin{array}{ccc} \text{الرتبة} & & \text{الحد} \\ 15 & \xrightarrow{\times 4} & 60 \\ & & \xrightarrow{-3} & 57 \end{array}$$

أتحقق من فهمي:



في ما يأتي نمط هندسيّ يشكّل عددُ الدوائر فيه متتاليّةً:



النموذج (1)

النموذج (2)

النموذج (3)

النموذج (4)

أجد القاعدة التي تربط كل حد في المتتالية بالحد الذي يليه.

4

أكتب قاعدة الحد العام.

5

ما عدد الدوائر في الحد الذي رتبته 12؟

6

يمكنني استعمال مقدار جبري لكتابة الحد العام للمتتالية.

مثال 4

الحد العام لمتتالية هو (أضرب رتبة الحد في $\frac{1}{4}$ ثم أجمع $\frac{27}{4}$). أكتب الحد العام باستخدام مقدار جبري، ثم أستخدمه لأجد الحدود الثلاثة الأولى.

يمكنني أن أكتب الحد العام المعطى على صورة (أي حد يساوي $\frac{1}{4}$ مضروباً في رتبة الحد مضافاً إليه $\frac{27}{4}$)؛ لأرمز إلى رتبة أي حد في المتتالية بالمتغير n ، ولأرمز إلى الحد نفسه بالرمز T_n .

أكتب هذه العبارة بالرموز كما يأتي:

$$T_n = \frac{1}{4}n + \frac{27}{4}$$

أستخدم الحد العام؛ لأجد الحدود الثلاثة الأولى:

$$T_n = \frac{1}{4}n + \frac{27}{4}$$

قاعدة الحد العام

$$T_1 = \frac{1}{4}(1) + \frac{27}{4}$$

أعوّض رتبة الحد الأول ($n = 1$)

الوحدة 3

$$T_1 = \frac{28}{4} = 7$$

أَبْطُ

$$T_2 = \frac{1}{4} (2) + \frac{27}{4}$$

أَعْوَضُ رتبة الحد الثاني ($n = 2$)

$$T_2 = \frac{29}{4} = 7\frac{1}{4}$$

أَبْطُ

$$T_3 = \frac{1}{4} (3) + \frac{27}{4}$$

أَعْوَضُ رتبة الحد الثالث ($n = 3$)

$$T_3 = \frac{30}{4} = 7\frac{1}{2}$$

أَبْطُ

إذن، الحدود الثلاثة الأولى في المتتالية هي: $7, 7\frac{1}{4}, 7\frac{1}{2}$

أَتَحَقَّقُ مِنْ فَهْمِي:



الحد العام لمتتالية هو (أضرب رتبة الحد في $\frac{1}{6}$ ثم أطرح $\frac{5}{6}$). أكتب الحد العام باستخدام مقدار جبري، ثم أستخدمه لأجد الحدود الثلاثة الأولى.

أَتَدْرِبُ
وأحل المسائل

أجد الحدود الثلاثة التالية في كل متتالية مما يأتي:

1 67, 78, 89, 100, ...

2 101, 95, 89, 83, ...

3 -17, -13, -9, -5, ...

4 1.2, 1.5, 1.8, 2.1, ...

5 3.2, 2.8, 2.4, 2, ...

6 $\frac{1}{7}, \frac{5}{7}, \frac{9}{7}, \frac{13}{7}, \dots$

أتذكّر

لإيجاد قاعدة الحدّ العامّ للمتتالية، يجب أن ألاحظ القاعدة التي تربط كلّ حدّ بالحدّ الذي يليه، والعلاقة بين رتبة كلّ حدّ وقيمته.

في كلّ متتالية مما يأتي، أجد القاعدة التي تربط كلّ حدّ بالحدّ الذي يليه، وأستخدمها لإيجاد الحدّ السابع:

7 130, 118, 106, 94, ...

8 19, 28, 37, 46, ...

9 17, 11, 5, -1, ...

10 -25, -18, -11, -4, ...

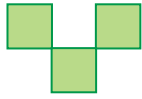
11 3.1, 3.6, 4.1, 4.6, ...

12 $2\frac{3}{4}, 4, 5\frac{1}{4}, 6\frac{1}{2}, \dots$

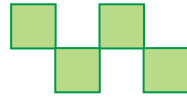
في ما يأتي نمط هندسيّ يشكّل عدد المربّعات فيه متتالية:



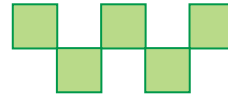
(1) النموذج



(2) النموذج



(3) النموذج



(4) النموذج

13 أجد القاعدة التي تربط كلّ حدّ في المتتالية بالحدّ الذي يليه.

14 أكتب قاعدة الحدّ العامّ.

15 ما عدد المربّعات في الحدّ الذي رتبته 10؟

16 الحدّ العامّ لمتتالية هو (أضرب رتبة الحدّ في $\frac{3}{4}$ ثمّ أجمع $\frac{3}{4}$). أكتب الحدّ العامّ باستخدام مقدار جبريّ، ثمّ أستخدمه لأجد الحدود الثلاثة الأولى.

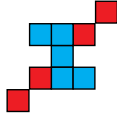
الوحدة 3

في ما يأتي أنماطٌ هندسيَّةٌ يشكِّلُ عددُ المربَّعاتِ في كلِّ منها متتاليَّةً.
أجدُ الحدَّ العامَّ لكلِّ متتاليَّةٍ:

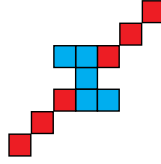
17



النموذجُ (1)

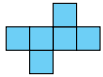


النموذجُ (2)

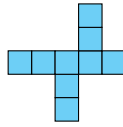


النموذجُ (3)

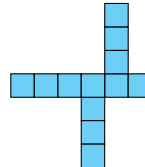
18



النموذجُ (1)



النموذجُ (2)

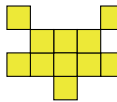


النموذجُ (3)

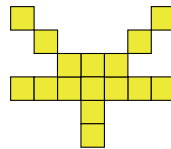
19



النموذجُ (1)



النموذجُ (2)



النموذجُ (3)

20 **آبارٌ:** تتقاضى شركةٌ لحفرِ الآبارِ 50 دينارًا عن حفرِ المترِ الأولِ، و 52.5 دينارًا عن حفرِ الثاني، و 55 دينارًا عن حفرِ الثالثِ، وهكذا. كم تتقاضى الشركةُ عن حفرِ المترِ رقمِ 40؟

21 ما قيمةُ الحدِّ الذي رتبتهُ 30 في المتتاليَّةِ الآتية:

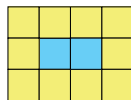
60, 52, 44, 36, 28,

22 **تحدُّ:** متتاليَّةٌ حدودُها ... 2, 9, 16, ما رتبةُ الحدِّ الذي قيمتهُ 352؟

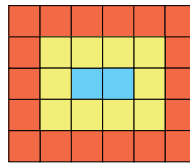
23 **تحدُّ:** يبيِّنُ الشكلُ الآتي ثلاثةَ حدودٍ في متتاليَّةٍ، أجدُ عددَ المربَّعاتِ في الشكلِ رقمِ 50.



النموذجُ (1)



النموذجُ (2)



النموذجُ (3)

24 **أكتبُ:** أوضحْ خطواتِ إيجادِ الحدِّ العامِّ لمتتاليَّةٍ إذا علمتُ بعضَ حدودِها.

إرشادٌ

يمكنني أن أبدأً بكتابةِ عبارةٍ جبريَّةٍ تمثلُ المربَّعاتِ الزرقاءَ، وعبارةٍ جبريَّةٍ أخرى تمثلُ المربَّعاتِ الحمراء، ثمَّ أجمعُ العبارتين الجبريَّتين.

مهاراتُ التفكيرِ العُلْيَا

أفكِّرُ

ما علاقةُ مساحةِ المستطيلِ برتبةِ الحدِّ؟

اختبار نهاية الوحدة

أختار رمز الإجابة الصحيحة لكل مما يأتي:

1 إذا قُسم عددٌ على 6 وطُرِحَ مِنَ الناتجِ 10 أصبحَ الناتجُ 2، المعادلةُ التي تُعبِّرُ عن هذه العلاقة هي:

a) $\frac{x-10}{6} = 2$ b) $\frac{x}{6} - 10 = 2$

c) $10 - \frac{x}{6} = 2$ d) $\frac{10-x}{6} = 2$

2 الكسرُ الفعليُّ الذي يكافئُ الكسرَ العشريَّ الدوريَّ $0.5\bar{3}$ هو:

a) $\frac{8}{15}$ b) $\frac{53}{99}$ c) $\frac{5}{99}$ d) $\frac{7}{15}$

3 الحدُّ العامُّ للمتتالية 2, 5, 8, 11 هو:

a) $T_n = 2n+3$ b) $T_n = 3n+3$

c) $T_n = 3n-1$ d) $T_n = n+3$

4 حلُّ المعادلة: $5(x+9) = -10$ هو:

a) $x = -11$ b) $x = 11$

c) $x = -7$ d) $x = 7$

5 $x=2$ هو حلُّ للمعادلة:

a) $x+3=6$ b) $2x-3=5x-1$

c) $3(2x-1)=9$ d) $5=2x-1$

6 الكسرُ الذي يكافئُ $0.4\bar{5} \times 2$ هو:

a) $\frac{1}{11}$ b) $\frac{10}{11}$ c) $\frac{5}{11}$ d) $\frac{11}{10}$

7 الحدُّ الخامسُ في المتتالية التي حدُّها العامُّ

$T_n = 2n+3$ هو:

a) 8 b) 13 c) 10 d) 5

8 قسّمَ خبازٌ قالبَ حلوياتٍ إلى 9 أقسامٍ متساويةٍ

باعَ منها 7 أقسامٍ. أكتبُ الكسرَ الذي يمثّلُ الأقسامَ المباعةَ على صورةٍ كسرٍ عشريٍّ دوريٍّ.

9 الحدُّ العامُّ للمتتالية 0.7, 0.9, 1.1, ... هو:

a) $T_n = 0.7 + 0.2n$

b) $T_n = 0.5 + 2n$

c) $T_n = 0.5 + 0.2n$

d) $T_n = 0, 7n$

أجدُ الحدَّ المفقودَ في المتتاليتين الآتيتين:

10 3,,, 24, 48, 96

11 64, 32,,, 4

أحلُّ كلَّ معادلةٍ ممّا يأتي، ثمَّ أتحقّقُ من صحّةِ الحلِّ:

12 $2x - 12 = -11$

13 $-6w + 3 = 15 - 3w$

14 $2(2y - 3) + 8 = y - 9$

15 $3(k + 4) = 4(2k - 5) + 17$

الوحدة 3

يمثل الجدول الآتي العلاقة بين عدد ساعات العمل والأجرة المُمَثَّلة بِمُتتَالِيَةٍ كَمَا يَظْهَرُ فِي الجَدُولِ الآتِي:

عدد ساعات العمل	1	2	3	4
الأجرة	5	8	11	14

25 أكتب الحد العام لمتتالية الأجر.

26 ما مقدار الأجر مقابل 8 ساعات عمل؟

تدريب على الاختبارات الدولية:

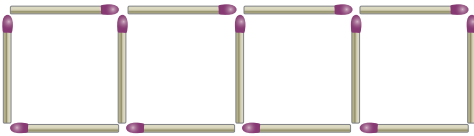
27 يزيد ثمن قلم حبر نصف دينار على ثمن قلم رصاص.

إذا اشترى سفيان قلمي حبر و 3 أقلام رصاص بـ 1.7 دينارًا، فكم دينارًا سيدفع صديقه وائل إذا اشترى قلم حبر واحدًا وقلمي رصاص؟

a) 0.92 b) 24.1 c) 87.0 d) 4.3

28 يظهر في الشكل 13 عود ثقاب تكون 4 مربعات. كم مربعًا

يمكن بناؤه بالطريقة نفسها باستخدام 73 عود ثقاب؟



a) 18 b) 24

c) 14 d) 15

29 إذا كان 4 أمثال عدد هو 48، فما $\frac{1}{3}$ هذا العدد؟

a) 4 b) 8 c) 21 d) 61

16 عددًا إذا أضفنا رُبْعَهُ إلى نِصْفِهِ كَانَ النَاتِجُ 15، ما ذلك العدد؟

حقل مستطيل الشكل محيطه 150 m، يزيد طوله على عرضه بمقدار 15 m:

17 أكتب معادلة تمثل هذه البيانات.

18 أحل المعادلة في الفرع السابق لأجد عرض الحقل.

19 أجد طول الحقل.

20 ما قيمة الحد الذي رتبته 35 في المتتالية الآتية:

9 , 11 , 13 , 15 ,

ما الحد العام لكل من المتتاليتين الآتيتين:

21 17 , 13 , 9 , 5 ,

22 -7 , -3 , 1 , 5 , 9

23 مع عبير دينار واحد، وهي تدخر كل أسبوع 5 دنانير.

أكتب الحد العام الذي يعبر عن مقدار ما تدخر عبير بعد أي عدد من الأسابيع.

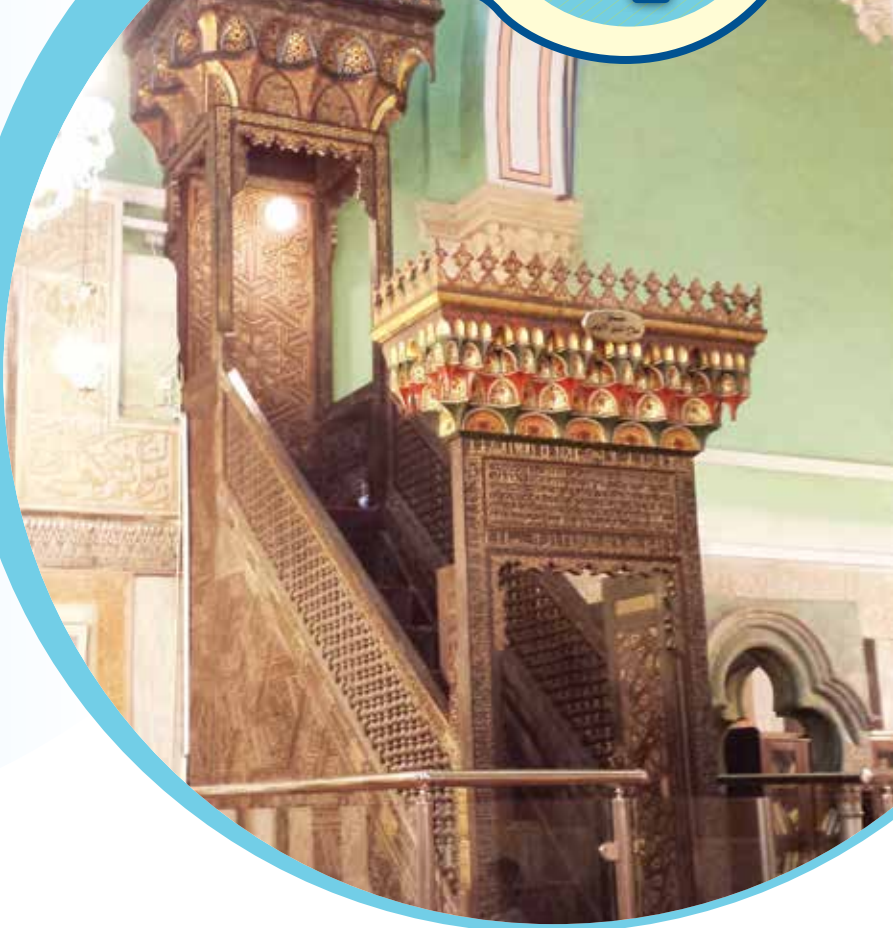
24 3 أمثال عمر ليلى قبل 5 سنوات يساوي مثلي عمرها

الآن مضافاً إليه 4 سنوات. ما عمر ليلى الآن؟

الزوايا والمُضَلَّعات والتَّحويلات الهندسيَّة

ما أهميَّة هذه الوحدة؟

تُستعمل خصائصُ الزوايا والمُضَلَّعات والتحويلات الهندسيَّة في كثيرٍ من المهن، مثل تصميم الزخارف الإسلاميَّة التي تعتمد كثيرًا على تكرار مُضَلَّعاتٍ مختلفةٍ وتداخلها، ويبدو ذلك واضحًا في منبر صلاح الدين الأيوبي في المسجد الأقصى الذي أُعيد بناؤه عام 2007م بتبرُّع شخصيٍّ من جلالة الملك عبد الله الثاني ابن الحسين حفظه الله.



سأتعلَّم في هذه الوحدة:

- الزوايا الناتجة من تقاطع مستقيمين.
- الزوايا الناتجة من مستقيمين متوازيين وقاطع.
- العلاقة بين الزوايا الداخليَّة والزوايا الخارجيَّة لمثلث.
- مجموع قياسات الزوايا الداخليَّة لمضلع.
- رسم دورانٍ على المستوى الإحداثي.

تعلَّمتُ سابقًا:

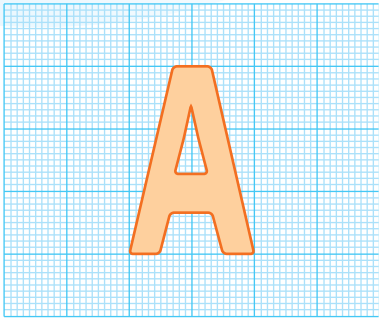
- ✓ أنواع الزوايا وكيفية قياسها وتصنيفها.
- ✓ الأشكال الرباعيَّة وخصائصها.
- ✓ أنواع المثلثات وخصائصها.
- ✓ تحديد محور التماثل لأشكالٍ ثنائيَّة البعد.

مشروع الوحدة: الهندسة حولنا



المهمة 2:

- 1 أرسم الحرف الأول من اسمي على ورقة رسم بياني كما في الشكل المجاور، ثم أنفذ ما يأتي:



- 2 أرسم انسحاباً للحرف، واصفياً قاعدة الانسحاب.
- 3 أجري دوراناً لصورة الانسحاب مركزه نقطة الأصل، وزاويته إحدى الزوايا الربعية.

المهمة 3:

أصمّم نموذجاً أثبت به صحة إحدى خصائص الزوايا التي تعلّمناها في هذه الوحدة. مثلاً: مجموع قياسات زوايا المضلع الخماسي هو 540° .

عرض النتائج:

- أصمّم مطويةً أضع فيها الصور والأشكال والجداول التي أنشأتها.
- أكتب في المطوية أي معلومة جديدة عرفتُها في أثناء عمل المشروع.
- أعرض المطوية والنموذج الذي صمّمته في المهمة 3 أمام طلبة الصف.



أستعدّ ومجموعتي لتنفيذ مشروعنا الخاص الذي نستخدم فيه ما ستعلّمه في هذه الوحدة عن الزوايا والمضلعات والتحويلات الهندسية.

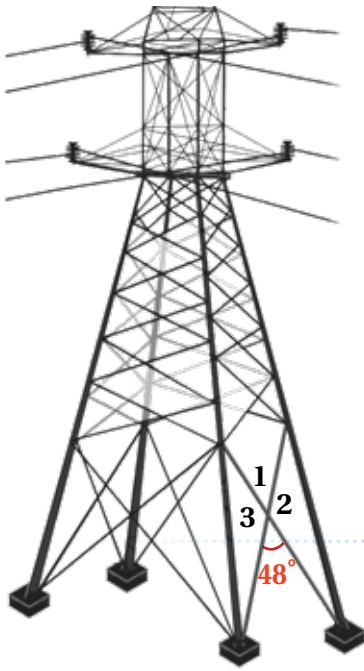
خطوات تنفيذ المشروع:

المهمة 1:

- 1 أبحث في أشياء حولي عن مستقيم يقطع مستقيمين آخرين غير متوازيين، وعن مستقيم آخر يقطع مستقيمين متوازيين، وألتقط صورة لكل منهما ثم أطبعها.
- 2 أكتب على الصورتين رمزاً لكل زاوية ناتجة من تقاطع المستقيمات، ثم أكمل الجدول الآتي:

أزواج الزوايا	الصورة (1)	الصورة (2)
المُتقابلة بالرأس		
المُتجاورة		
المُتكاملة		
المُتبادلة داخلياً		
المُتبادلة خارجياً		
المُتناظرة		

- 3 في الصورة الثانية: أقدّر قياس واحدة من الزوايا، ثم أجد قياسات الزوايا الأخرى، وأبين الخصائص التي اعتمدت عليها في الحل.



أستكشف

حينَ يصمّمُ المهندسون أبراجَ نقلِ الطاقةِ الكهربائيةِ فإنهم أحياناً يحتاجونَ إلى معرفةِ قياساتِ الزوايا الناتجة من تقاطعِ دعائمِ البرج. هل يمكنُ إيجادَ قياساتِ الزوايا المجهولة في الشكلِ المجاور من دونِ استخدامِ المنقلة؟



فكرة الدرس

أتعرفُ العلاقاتِ بينَ الزوايا، وأستخدمُها لحلّ المسائلِ.

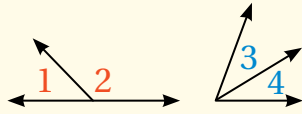
المصطلحات

الزويتان المتجاورتان، الزويتان المتقابلتان بالرأس، الزويتان المتتامتان، الزويتان المتكاملتان.

تساعدُ بعضُ الأزواجِ الخاصة من الزوايا على إيجادِ قياساتِ زوايا مجهولة.

أنواع أزواج الزوايا

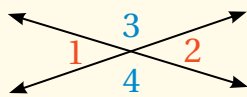
مفهوم أساسي



الزويتان المتجاورتان (adjacent angles) هما زاويتان لهما الرأس نفسه، ولهما ضلع مشترك، لكنهما لا تتداخلان.

$$m\angle 1 = m\angle 2$$

$$m\angle 3 = m\angle 4$$

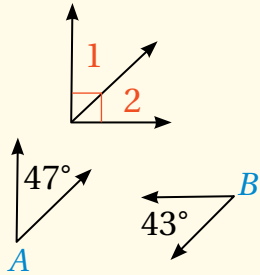


الزويتان المتقابلتان بالرأس (vertical angle) هما

زاويتان متقابلتان تتجان من تقاطع مستقيمين. وكل زاويتين متقابلتين بالرأس لهما القياس نفسه.

$$m\angle 1 + m\angle 2 = 90^\circ$$

$$m\angle A + m\angle B = 90^\circ$$

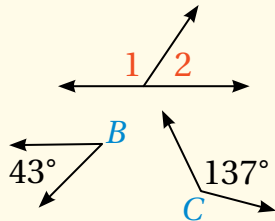


الزويتان المتتامتان (complementary angles) هما

زاويتان مجموع قياسيهما (90°) .

$$m\angle 1 + m\angle 2 = 180^\circ$$

$$m\angle A + m\angle B = 180^\circ$$

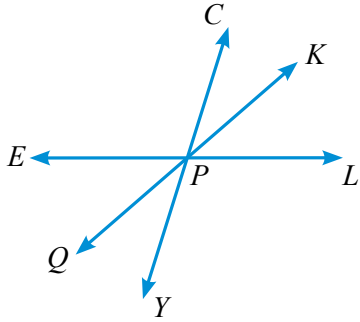


الزويتان المتكاملتان (supplementary angles) هما

زاويتان مجموع قياسيهما (180°) .

الوحدة 4

مثال 1



اعتمادًا على الشكل المجاور، أَسْمِي:

1 زاويتين متقابلتين بالرأس:

$\angle CPK, \angle QPY$ ؛ لأنَّهُما نتجتا من تقاطع المستقيمين $\overleftrightarrow{QK}, \overleftrightarrow{CY}$

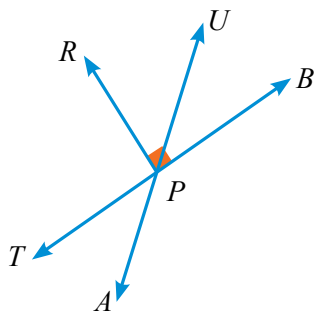
2 زاويتين متكاملتين:

$\angle CPE, \angle CPL$ ؛ لأن مجموع قياسيهما 180° ، وهما تشكّلان زاويةً مستقيمةً.

3 زاويتين متجاورتين:

$\angle KPL, \angle LPY$ ؛ لأن لهُما رأسًا مشتركًا (P)، وضلعًا مشتركًا \overrightarrow{PL} ، ولا تتداخلان.

أتحقق من فهمي:



اعتمادًا على الشكل المجاور، أَسْمِي:

4 زاويتين متقابلتين بالرأس.

5 زاويتين متكاملتين.

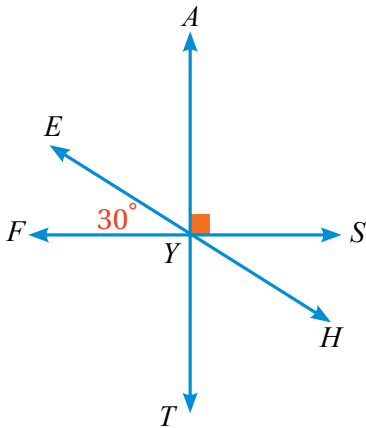
6 زاويتين متجاورتين.

7 زاويتين متتامتين.

يمكن استخدام العلاقات بين الزوايا والمعادلات في إيجاد قياسات زوايا مجهولة.

مثال 2

أستخدم الشكل المجاور لإيجاد قيمة كلِّ ممَّا يأتي:



1 $m\angle SYH$

$$m\angle SYH = m\angle EYF$$

$$m\angle SYH = 30^\circ$$

2 $m\angle AYE$

$$m\angle SYA + m\angle AYE + m\angle EYF = 180^\circ$$

$$90^\circ + m\angle AYE + 30^\circ = 180^\circ$$

$$m\angle AYE + 120^\circ = 180^\circ$$

$$m\angle AYE = 60^\circ$$

زاويتان متقابلتان بالرأس

زوايا متجاورة على مستقيم

أعوّض

أجمع

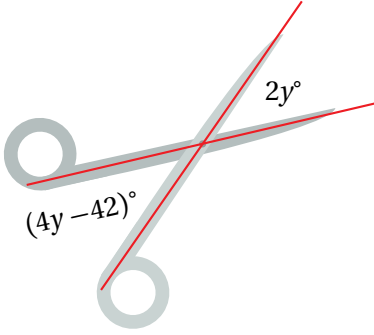
أطرح 120° من الطرفين

أتحقق من فهمي:

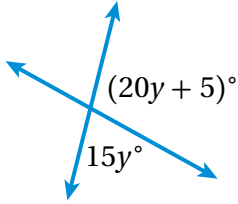


3 $m\angle TYH$

4 $m\angle FYT$



$$\begin{aligned}4y - 42 &= 2y \\-42 &= -2y \\21 &= y\end{aligned}$$



مثال 3: من الحياة



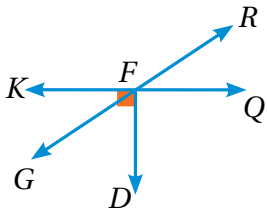
أجد قيمة y في الشكل المجاور.
بما أن العبارتين الجبريتين هما قياسا زاويتين متقابلتين بالرأس،
فإنه يمكن كتابة المعادلة الآتية:

أطرح $4y$ من الطرفين
أقسم الطرفين على -2

أتحقق من فهمي:



أجد قيمة y في الشكل المجاور.



اعتمادًا على الشكل المجاور، أسمى:

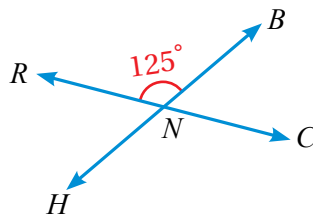
- 1 زاويتين متقابلتين بالرأس.
- 2 زاويتين متجاورتين.
- 3 زاويتين متكاملتين.
- 4 زاويتين متتامتين.

أستخدم الشكل التالي لإيجاد قيمة كل مما يأتي:

5 $m\angle BNC$

6 $m\angle CNH$

7 $m\angle RNH$



أدرب وأحل المسائل

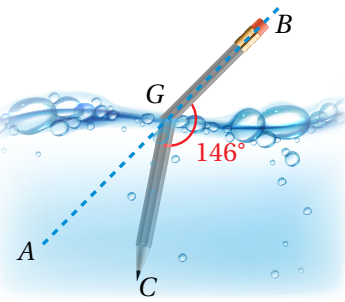
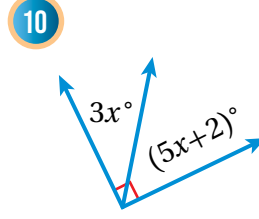
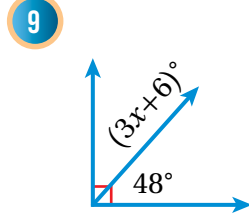
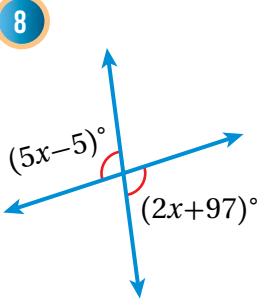


أتذكر

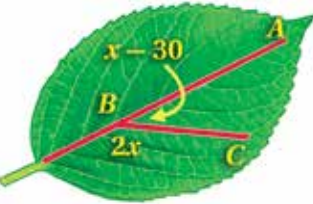
مجموع قياسات الزوايا
حول نقطة هو 360°

الوحدة 4

جبر: أجد قيمة x في كل من الأشكال الآتية:

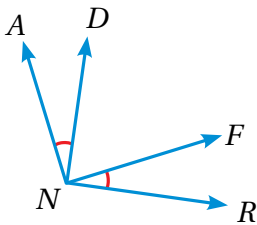


علوم: بالاعتماد على الشكل المجاور، أجد $m\angle AGC$.



أشجار: بالاعتماد على الشكل المجاور، أكتب معادلة، ثم أحلها لإيجاد $m\angle ABC$.

«إذا كانت إحدى الزوايا الناتجة من تقاطع مستقيمين حادّة، فإنّ الزوايا الثلاث الأخرى الناتجة من هذا التقاطع حادّة أيضًا.»



تبرير: أحدّد إذا كانت العبارة المجاورة صحيحة دائمًا، أو أحيانًا، أو غير صحيحة، وأبرّر إجابتي.

أكتشف الخطأ: قال بدر: إنّ الزاويتين $\angle RNF$, $\angle AND$ متقابلتان بالرأس. هل ما قاله صحيح؟ أبرّر إجابتي.

تحذّر: متى تكون قياسات جميع الزوايا الناتجة من تقاطع مستقيمين لها القياس نفسه. أبرّر إجابتي.

أكتب: كيف أجد قياسات الزوايا الأربع الناتجة من تقاطع مستقيمين، من دون استخدام المنقلة، إذا علمت قياس إحدى هذه الزوايا.

معلومة

حين أنظر إلى قلم الرصاص في الماء يبدو كأنه مكسور. هذه الظاهرة ناتجة من انكسار الضوء عندما ينتقل من مادة إلى أخرى.

معلومة

عروق أوراق الشجر هي نهاية النسيج الوعائي، ووظيفتها توصيل الأملاح والغذاء والماء إلى الورقة.

مهارات التفكير العليا

معلومة

زها حديد: معارضة عراقية أبدعت بتصميماتها الهندسية التي وظفت فيها المستقيمات والزوايا.

أستكشفُ



صنعتُ رحمةً نموذجَ سياجٍ باستعمالِ أعوادِ المثَلجاتِ.

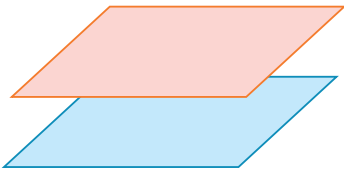
كيفَ أتَحَقَّقُ منَ أنَّ الأعمدةَ الرأسيةَ في السِّياجِ متوازيةٌ؟

فكرةُ الدرسِ

أتعرَّفُ العلاقاتِ بينَ الزوايا الناتجةَ من تقاطعِ مستقيمٍ معَ مستقيمين متوازيين.

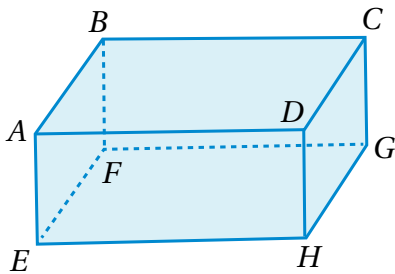
المصطلحاتُ

المستوى، القاطعُ، زاويتانِ متناظرتانِ، زاويتانِ مُتبادلتانِ داخليًّا، زاويتانِ مُتبادلتانِ خارجيًّا، زاويتانِ داخليتانِ في جهةٍ واحدةٍ.



المستوى (plane) هو سطحٌ مستوٍ يمتدُّ بلا نهايةٍ في جميعِ الاتجاهاتِ. وقد يتوازي مستويانِ، فلا يتقاطعانِ أبدًا.

مثال 1



أستعينُ بمتوازي المستطيلاتِ المجاورِ للإجابةِ عنِ الأسئلةِ الآتيةِ:

1 أيُّ القطعِ المستقيمةِ توازي \overline{AB} ؟
 \overline{EF} , \overline{DC} , \overline{HG}

2 أُسَمِّي مستويين متوازيين.

المستوى $ABCD$ يوازي المستوى $EFGH$.

3 أُسَمِّي قطعتينِ مستقيمتينِ موازيينِ للمستوى $BCGF$.
 \overline{DH} و \overline{AD}

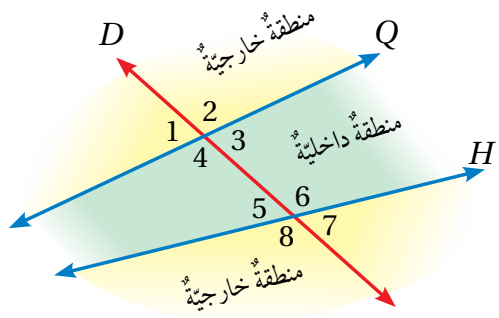
أتَحَقَّقُ من فهمي:

5 أُسَمِّي مستوًى موازيًا للمستوى $ABFE$.

4 أيُّ القطعِ المستقيمةِ توازي \overline{EH} ؟

6 أُسَمِّي قطعتينِ مستقيمتينِ موازيينِ للمستوى $EFGH$.

الوحدة 4



القاطع (transversal) هو مستقيم يقطع مستقيمين في المستوى نفسه في نقطتين مختلفتين. في الشكل المجاور، المستقيمان \vec{H} ، \vec{Q} يقعان في المستوى نفسه ويقطعهما القاطع \vec{D} ، وينتج من هذا التقاطع ثماني زوايا. ولهذه الزوايا تسميات خاصة مبيّنة في ما يأتي.

أزواج الزوايا الناتجة من القاطع

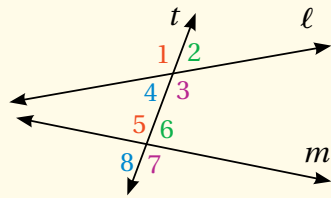
مفهوم أساسي

$\angle 1$ و $\angle 5$

$\angle 4$ و $\angle 8$

$\angle 2$ و $\angle 6$

$\angle 3$ و $\angle 7$

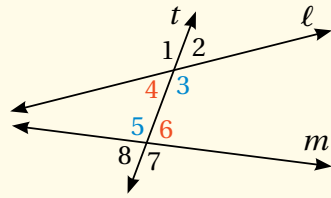


الزاويتان المتناظرتان (corresponding angles)

هما زاويتان غير متجاورتين تقعان في جهة واحدة من القاطع، وتكون إحداهما داخلية، والأخرى خارجية.

$\angle 4$ و $\angle 6$

$\angle 3$ و $\angle 5$

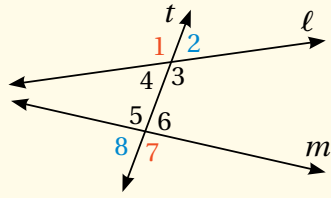


الزاويتان المتبادلتان داخلياً (alternate interior angles)

هما زاويتان غير متجاورتين، تقعان في المنطقة الداخلية، وفي جهتين مختلفتين من القاطع.

$\angle 1$ و $\angle 7$

$\angle 2$ و $\angle 8$

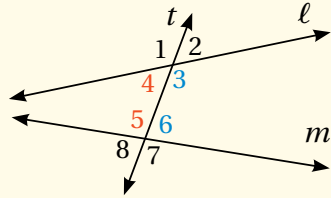


الزاويتان المتبادلتان خارجياً (alternate exterior angles)

هما زاويتان غير متجاورتين تقعان في المنطقة الخارجية، وفي جهتين مختلفتين من القاطع.

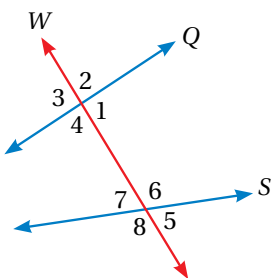
$\angle 4$ و $\angle 5$

$\angle 3$ و $\angle 6$



الزاويتان الداخليتان في جهة واحدة (same side interior angles)

هما زاويتان تقعان في المنطقة الداخلية، وفي جهة واحدة من القاطع.



مثال 2 اختيار من متعدد: في الشكل المجاور أي أزواج الزوايا الآتية متناظرة؟

a) $\angle 1$, $\angle 7$

b) $\angle 2$, $\angle 6$

c) $\angle 3$, $\angle 5$

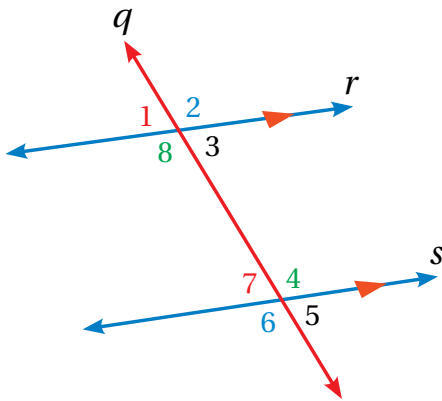
d) $\angle 4$, $\angle 7$

الزاويتان 2 و 6 مُتناظرتان؛ لأنَّهُما غيرُ متجاورتين، وتقعان في جهةٍ واحدةٍ من القاطع (W)، وإحداهُما داخليةٌ (بين Q و S)، والأخرى خارجيةٌ. الإجابة الصحيحة هي: **b**.

تحقق من فهمي: اختيار من متعدد: في الشكل السابق، أيُّ أزواج الزوايا الآتية مُتبادلتان داخلياً؟

- a) $\angle 1, \angle 6$ b) $\angle 3, \angle 7$ c) $\angle 3, \angle 5$ d) $\angle 1, \angle 7$

إذا قطع مستقيمٌ مستقيمين متوازيين، وعُرفَ قياسُ إحدى الزوايا الثماني، فإنه يمكنُ إيجادَ قياساتِ الزوايا الأخرى عن طريقِ العلاقاتِ الآتية:



• كلُّ زاويتين متناظرتين لهُما القياسُ نفسهُ.

$$m\angle 1 = m\angle 7$$

• كلُّ زاويتين متبادلتين داخلياً لهُما القياسُ نفسهُ.

$$m\angle 4 = m\angle 8$$

• كلُّ زاويتين متبادلتين خارجياً لهُما القياسُ نفسهُ.

$$m\angle 2 = m\angle 6$$

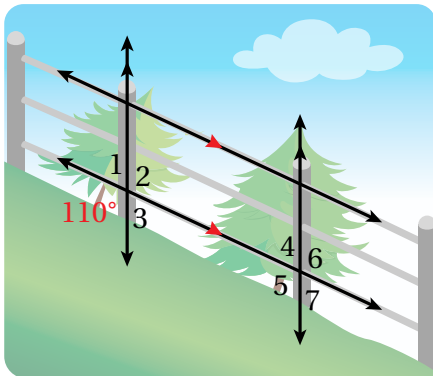
• كلُّ زاويتين داخليتين في جهةٍ واحدةٍ من القاطع تتكاملان، ومجموعُ قياسيهما 180° (وتُسميان زاويتين متحالفتين).

$$m\angle 7 + m\angle 8 = 180^\circ$$

مثال 3: من الحياة



سياج: في الشكل المجاور، أجدُ قياسَ كلِّ من الزوايا الآتية:



1 $m\angle 2$

$$m\angle 2 = 110^\circ$$

تُقابلُ بالرأسِ الزاوية التي قياسها 110°

2 $m\angle 5$

$$m\angle 5 = 110^\circ$$

تُناظرُ الزاوية التي قياسها 110°

الوحدة 4

3 $m\angle 3$

$$m\angle 3 + m\angle 5 = 180^\circ$$

$$m\angle 3 + 110^\circ = 180^\circ$$

$$m\angle 3 = 70^\circ$$

زاويتان متحالفتان

أعوّض قيمة $m\angle 5$

أطرح 110° من الطّرفين

أتحقّق من فهمي:

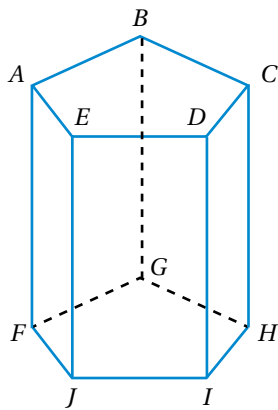


4 $m\angle 1$

5 $m\angle 4$

6 $m\angle 6$

7 $m\angle 7$



أستعين بالمنشور الخماسي المجاور

للإجابة عن الأسئلة الآتية:

أي القطع المستقيمة توازي \overline{AB} ؟

أسمي مستويين متوازيين.

أسمي قطعتين مستقيمتين موازيتين للمستوى $AEJF$.

أدرب وأحل المسائل



1

2

3

اعتمادًا على الشكل المجاور، أسمى:

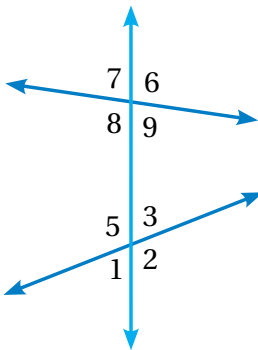
4 زاويتين متناظرتين.

5 زاويتين متبادلتين داخليًا.

6 زاويتين متبادلتين خارجيًا.

7 زاويتين داخليتين في

جهة واحدة.



مستشفيات: في الشكل المجاور سرير

طبي ذو سياج لحماية المريض من

خطر السقوط. إذا كان هذا السياج

موازيًا لسطح السرير، والدعامات

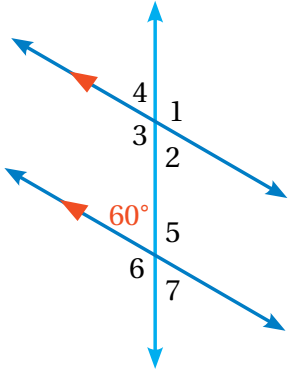
موازية بعضها، فأجد ما يأتي:

8 $m\angle 1$

9 $m\angle 2$

10 $m\angle 3$

11 $m\angle 4$



في الشكل المجاور، أجد قياس كل من الزوايا الآتية:

12 $m\angle 3$

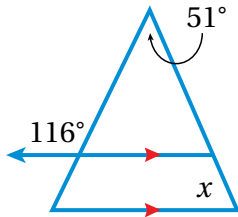
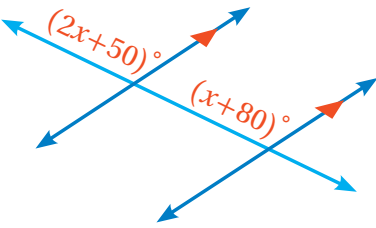
13 $m\angle 5$

14 $m\angle 4$

15 $m\angle 2$

16 $m\angle 1$

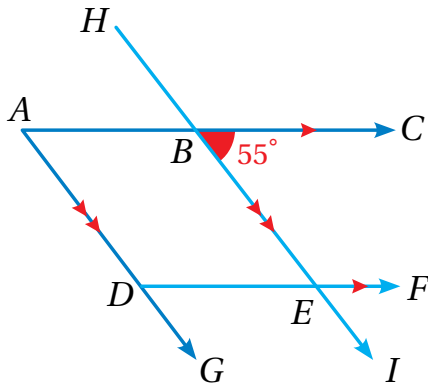
17 $m\angle 6$



18 **جبر:** بالاعتماد على الشكل المجاور، أكتب معادلة ثم أحلها لأجد قيمة x .

19 أجد قيمة x في الشكل المجاور.

تبرير: بالاعتماد على الشكل المجاور، أي العبارات الآتية صحيحة، وأيها خطأ؟ أبرر إجابتي:



20 $\angle CAG$ ، $\angle FDG$ متناظران.

21 $m\angle HBC = m\angle BED$

22 $\angle BED$ ، $\angle EDG$ متبادلتان داخليًا.

23 $m\angle BED = 55^\circ$

24 $\angle ABE$ ، $\angle ADF$ متناظران.

25 **تبرير:** متى تتساوى جميع قياسات الزوايا الناتجة من تقاطع مستقيم مع مستقيمين متوازيين؟ أبرر إجابتي.

26 **اكتب:** كيف أجد قياس جميع الزوايا الثمانية الناتجة من تقاطع مستقيم مع مستقيمين متوازيين إذا علمت قياس واحدة منها؟

أتعلم

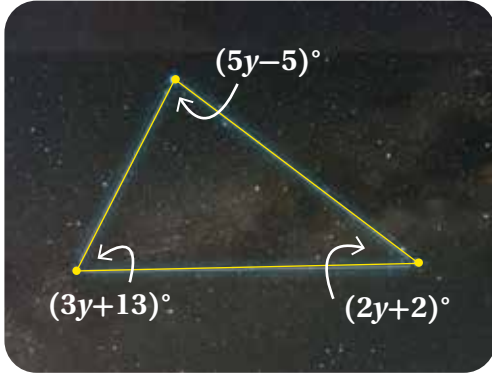
إذا قطع مستقيم مستقيمين، وتساوت قياسات الزوايا المتبادلة والمتناظرة، أو تكاملت الزوايا المتحالفة، فإن المستقيمين متوازيين.

مهارات التفكير العليا

أتعلم

يمكنني الاستدلال على زوج المستقيمتين المتوازيين في الشكل عن طريق عدد رؤوس الأسهم المرسومة عليها.





أستكشفُ

مثلثُ الصيفِ في الفلكِ هوَ تشكيلٌ مُكوّنٌ من ثلاثةِ نجومٍ شديدةِ السطوعِ، تظهرُ صيفًا في سماءِ نصفِ الكرة الأرضيةِ الشماليِّ. ما قياساتُ زوايا هذا المثلثِ؟

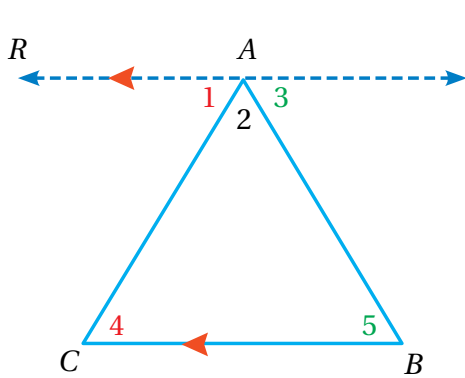
فكرةُ الدرسِ

أبررُ العلاقاتِ بينَ الزوايا الداخليةِ والزوايا الخارجيةِ في مثلثٍ.

المصطلحاتُ

الزاويةُ الداخليةُ، الزاويةُ الخارجيةُ.

يُشكّلُ كلُّ ضلعينِ في مثلثٍ زاويةً داخليةً (interior angle)، ومجموعُ قياساتِ هذهِ الزوايا الداخليةِ الثلاثِ يساوي 180° ؛ أتحدّقُ من ذلكَ باستعمالِ ما تعلّمتهُ عن الزوايا الناتجةِ من تقاطعِ مستقيمٍ معَ مستقيمينِ متوازيينِ.



عندَ رَسَمِ المستقيمِ \overleftrightarrow{AR} الذي يوازي ضلعَ المثلثِ \overline{CB} ، نلاحظُ ما يأتي:

$m\angle 1 = m\angle 4$

زاويتانِ متبادلتانِ داخليًا

$m\angle 3 = m\angle 5$

زاويتانِ متبادلتانِ داخليًا

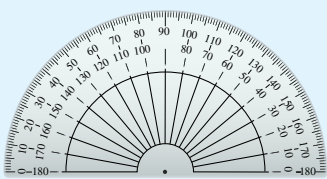
$m\angle 1 + m\angle 2 + m\angle 3 = 180^\circ$

زوايا متجاورةٌ على مستقيمٍ

$m\angle 4 + m\angle 2 + m\angle 5 = 180^\circ$ أعرّضُ عن الزاويةِ $m\angle 1$ بـ $m\angle 4$ و $m\angle 3$ بـ $m\angle 5$

أتعلّمُ

أتحدّقُ من أن مجموعَ قياساتِ زوايا المثلثِ الداخليةِ هوَ 180° باستعمالِ المنقلةِ.

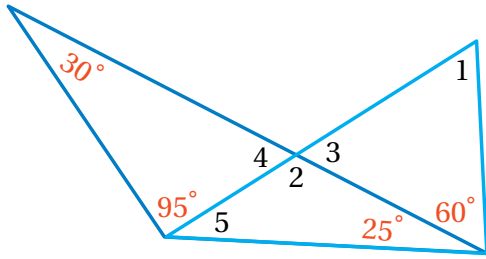


إذن، مجموعُ قياساتِ زوايا المثلثِ الداخليةِ هوَ 180°

يمكنُ استخدامُ العلاقةِ بينَ مجموعِ قياساتِ زوايا المثلثِ لإيجادِ قياساتِ زوايا مجهولةٍ.

مثال 1

بالاعتماد على الشكل المجاور، أجد كلاً مما يأتي:



1 $m\angle 4$

$$30^\circ + 95^\circ + m\angle 4 = 180^\circ$$

زوايا داخلية في مثلث

$$125^\circ + m\angle 4 = 180^\circ$$

أجمع

$$m\angle 4 = 55^\circ$$

أطرح 125°

2 $m\angle 2$

$$m\angle 2 + m\angle 4 = 180^\circ$$

زاويتان متجاورتان على مستقيم

$$m\angle 2 + 55^\circ = 180^\circ$$

أعوّض $m\angle 4$

$$m\angle 2 = 125^\circ$$

أطرح 55°

أتحقق من فهمي:

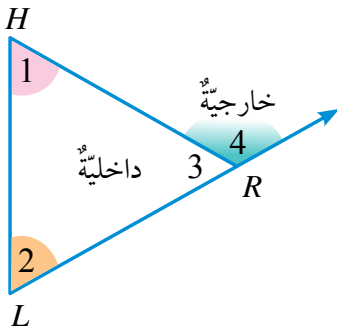


3 $m\angle 5$

4 $m\angle 3$

5 $m\angle 1$

الزاوية الخارجية (exterior angle) للمثلث هي الزاوية التي تتشكل من أحد أضلاع المثلث وامتداد الضلع المجاور له، وقياس أي زاوية خارجية في المثلث يساوي مجموع قياسَي الزاويتين الداخليتين البعديتين.



في الرسم المجاور، $\angle 4$ خارجية للمثلث؛ ولذلك $m\angle 4 = m\angle 1 + m\angle 2$

أتحقق من ذلك عن طريق ما تعلمته عن حقائق الزوايا.

في المثلث $\triangle HRL$:

$$m\angle 1 + m\angle 2 + m\angle 3 = 180^\circ$$

زوايا داخلية في مثلث

$$m\angle 4 + m\angle 3 = 180^\circ$$

زاويتان متجاورتان على مستقيم

$$m\angle 4 + m\angle 3 = m\angle 1 + m\angle 2 + m\angle 3$$

أعوّض

$$m\angle 4 = m\angle 1 + m\angle 2$$

أطرح $m\angle 3$ من الطرفين

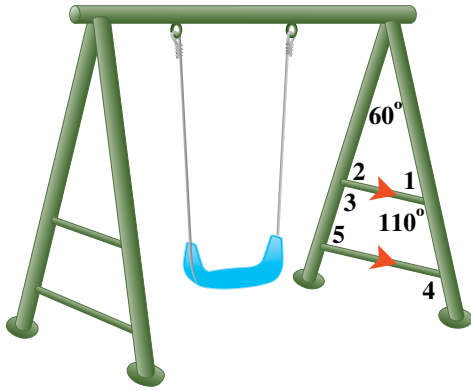
يمكنني استخدام خاصية الزاوية الخارجية للمثلث لإيجاد قياسات زوايا مجهولة.

الوحدة 4

مثال 2: من الحياة



أرجوحة: تُشكّل دعامات أرجوحة مُثلثًا كما في الشكل المجاور، أجد قياس كلٍّ من الزوايا الآتية بالاعتماد على الشكل:



1 $m\angle 2$

$$110^\circ = 60^\circ + m\angle 2$$

$$m\angle 2 = 50^\circ$$

زاوية خارجية للمثلث

أطرح 60° من الطرفين

2 $m\angle 1$

$$m\angle 1 + m\angle 2 + 60^\circ = 180^\circ$$

$$m\angle 1 + 50^\circ + 60^\circ = 180^\circ$$

$$m\angle 1 + 110^\circ = 180^\circ$$

$$m\angle 1 = 70^\circ$$

زوايا داخلية في مثلث

أعوّض $m\angle 2$

أجمع

أطرح 110° من الطرفين

أتحقّق من فهمي:



3 $m\angle 3$

4 $m\angle 4$

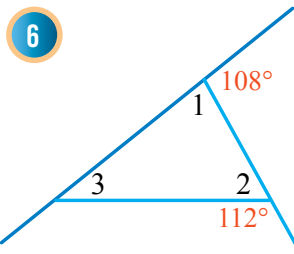
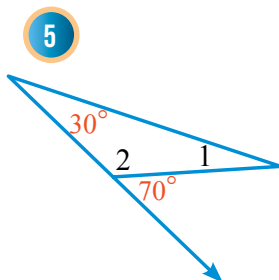
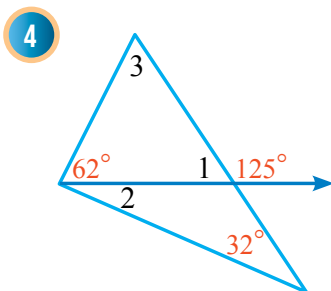
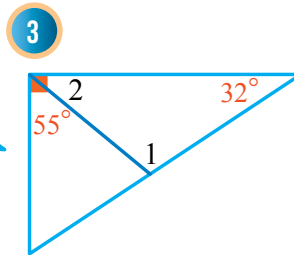
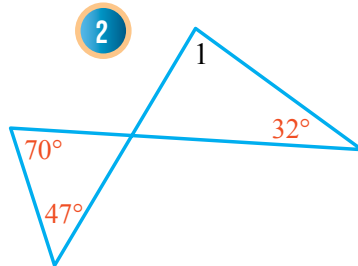
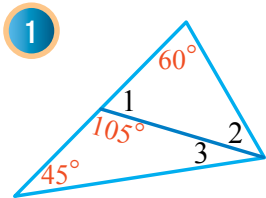
5 $m\angle 5$

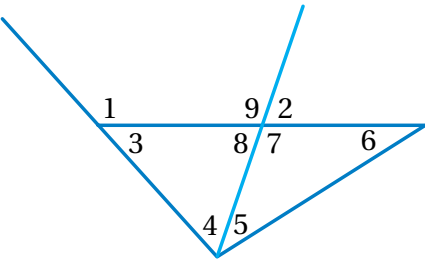
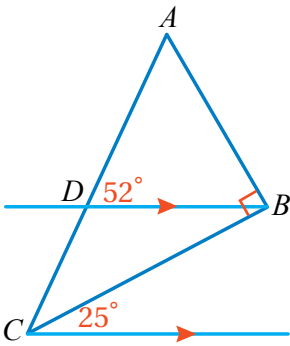
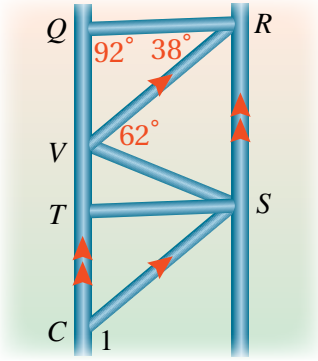
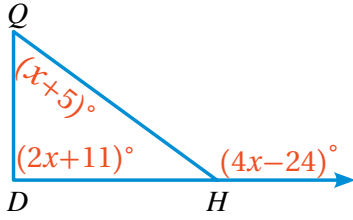
أندرب



وأحل المسائل

أجد قياسات الزوايا المرقّمة في كلٍّ من الأشكال الآتية:





أتذكّر

مجموع قياسات
الزوايا الخارجية
للمثلث (واحدة لكل
رأس) هو 360°

جبر: أصنّف $\triangle QHD$ إلى حادّ

الزوايا، أو قائم الزاوية، أو منفرج الزاوية.

إنشاءات: يمثل الشكل المجاور سقالة تُستخدم

في أعمال البناء. أستعين به لإيجاد $m\angle 1$.

تبرير: قالت فاطمة: إن $m\angle BCD = 25^\circ$ ؛ لأنّ

لها نفس قياس الزاوية المجاورة لها. لكنّ ما قالتُه
غير صحيح، أوضح لها كيفيّة إيجاد $m\angle BCD$ ،
وأبرّر إجابتي.

تبرير: أعتدّ على الشكل المجاور لإيجاد

الزاوية التي تحقّق الشرط المُعطى، وأبرّر
إجابتي:

قياسها أصغر من $m\angle 2$

قياسها أكبر من $m\angle 4$

تبرير: أحدّد إذا كانت العبارة المجاورة صحيحةً
دائمًا، أو أحيانًا، أو غير صحيحة أبدًا، وأبرّر إجابتي.

أكتب أوضّح بالاستعانة بالرسم العلاقة بين أيّ زاوية خارجية للمثلث
والزاويتين الداخليتين غير المجاورتين لها.

أتذكّر

تُسمّى المثلثات بحسب
زواياها:

- حادّة الزوايا وفيها
ثلاث زوايا حادّة.
- قائمة الزاوية وفيها
زاوية قائمة واحدة.
- منفرجة الزاوية وفيها
زاوية منفرجة واحدة.




مهارات التفكير العليا

إرشاد

أعتدّ في التبرير على
العلاقات بين زوايا المثلث
الداخليّة والخارجيّة، ولا
أستخدم المنقّلة.

أستكشف

- نشاط:** بعد أن أكمل الجدول الآتي، أجد:
- عدد المثلثات ومجموع قياسات الزوايا في مضلع له سبعة أضلاع.
 - مقداراً جبرياً يمثل عدد المثلثات ومجموع قياسات الزوايا لمضلع عدد أضلاعه n .

عدد الأضلاع	الشكل	عدد المثلثات	مجموع قياسات الزوايا
3		1	$1 \times 180^\circ$
4		2	$2 \times 180^\circ$
5		3	$3 \times 180^\circ$
6			

فكرة الدرس

- أجد مجموع قياسات زوايا مضلع مُعطى.
- أجد قياس الزاوية الداخلية والزاوية الخارجية لمضلع مُنتظم.

المصطلحات

المضلع المنتظم.

لغة الرياضيات

يُسمى المضلع بحسب عدد أضلاعه؛ فالمضلع الذي له سبعة أضلاع يسمى مضلعاً سباعياً، والمضلع الذي له تسعة أضلاع يسمى تساعياً.

الزاوية الداخلية لمضلع هي الزاوية الناتجة من التقاء ضلعين متجاورين في المضلع، وتقع داخله، ومجموع قياسات الزوايا الداخلية (S) لمضلع هو $S = (n - 2) \times 180^\circ$ ، حيث n تمثل عدد الأضلاع.

مثال 1

أجد مجموع قياسات الزوايا الداخلية لكل مضلع مما يأتي:

السباعي:

$$S = (n - 2) \times 180^\circ$$

صيغة مجموع قياسات زوايا المضلع الداخلية

$$S = (7 - 2) \times 180^\circ$$

أعوّض $n = 7$

$$S = (5) \times 180^\circ = 900^\circ$$

أبسّط

2 العشاري:

$$S = (n - 2) \times 180^\circ$$

$$S = (10 - 2) \times 180^\circ$$

$$S = (8) \times 180^\circ = 1440^\circ$$

صيغة مجموع قياسات زوايا المضلع

$$n = 10 \text{ أَعْوُص}$$

أَبْسَط

✓ **أتحقق من فهمي:**

3 التُّسَاعِي.

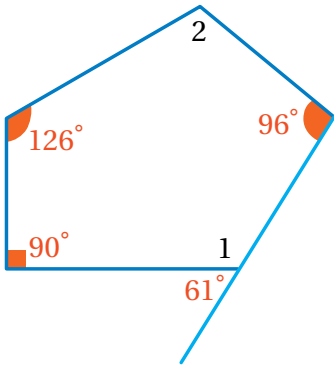
4 ذو أربعة عشر ضلعًا.

5 ذو ثمانية عشر ضلعًا.

يمكنني استخدام مجموع قياسات زوايا مُضَلَّعٍ لإيجاد قياسات زوايا مجهولة فيه.

مثال 2

أجد قياسات الزوايا المجهولة في الشكل المجاور:



1 $m\angle 1$

$$m\angle 1 + 61^\circ = 180^\circ$$

$$m\angle 1 = 119^\circ$$

زاويتان متجاورتان على مستقيم

أطرح 61° من الطرفين

2 $m\angle 2$

أولاً: أجد مجموع قياسات زوايا المضلع المُعْطَى.

$$S = (n - 2) \times 180^\circ$$

$$S = (5 - 2) \times 180^\circ$$

$$S = (3) \times 180^\circ = 540^\circ$$

صيغة مجموع قياسات زوايا المضلع

أعوُص $n = 5$ ، فالشكل خماسي

أَبْسَط

ثانياً: أستعمل مجموع قياسات الزوايا لإيجاد قياس الزاوية المجهولة.

$$m\angle 2 + 119^\circ + 96^\circ + 126^\circ + 90^\circ = 540^\circ$$

أجمع قياسات الزوايا الداخلية، وأساويها بـ 540°

$$m\angle 2 + 431^\circ = 540^\circ$$

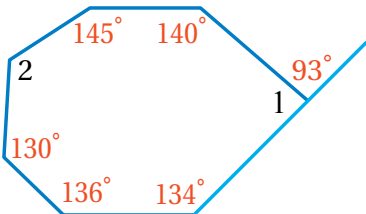
أجمع

$$m\angle 2 = 109^\circ$$

أطرح 431° من الطرفين

✓ **أتحقق من فهمي:**

أجد قياسات الزوايا المجهولة في الشكل المجاور:



3 $m\angle 1$

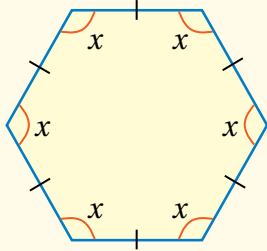
4 $m\angle 2$

الوحدة 4

المضلع المنتظم (regular polygon) هو مضلعٌ جميع أضلاعه لها الطول نفسه، وزواياه الداخلية جميعها لها القياس نفسه.

قياس الزاوية الداخلية للمضلع المنتظم

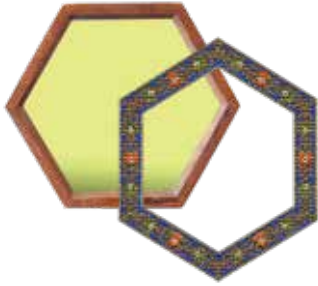
مفهوم أساسي



قياس الزاوية الداخلية (x) لمضلع منتظم عدد أضلاعه n يساوي مجموع قياسات زواياه الداخلية (s) مقسوماً على عدد أضلاعه.

$$x^\circ = \frac{(n-2) \times 180^\circ}{n}$$

مثال 3: من الحياة



صممت ماجدة إطارات خشبية على شكل مضلعات سداسية منتظمة. أجد قياس الزاوية الداخلية لتلك الإطارات.

$$x^\circ = \frac{(n-2) \times 180^\circ}{n}$$

صيغة قياس الزاوية الداخلية للمضلع المنتظم

$$x^\circ = \frac{(6-2) \times 180^\circ}{6}$$

$$n = 6 \text{ أَعْوَض}$$

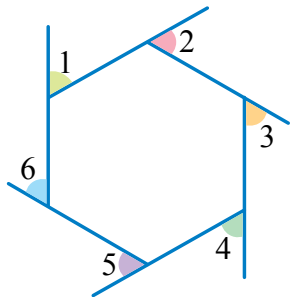
$$x^\circ = 120^\circ$$

أَبْطُ

أتحقّق من فهمي: أجد قياس الزاوية الداخلية لكل مضلع منتظم ممّا يأتي:

② العشري المنتظم.

① الثماني المنتظم.



الزاوية الخارجية للمضلع هي الزاوية المتشكّلة من أحد الأضلاع وامتداد الضلع المجاور له. ومجموع قياسات الزوايا الخارجية لأي مضلع منتظم عدد أضلاعه (n) - زاوية واحدة لكل رأس - هو 360° ، وفي هذه الحالة يكون قياس كل زاوية خارجية (x) من هذه الزوايا:

$$x^\circ = \frac{360^\circ}{n}$$

مثال 4

أجد قياس الزاوية الخارجية لكل من المضلعات الآتية لأقرب درجة:

1 السباعي المنتظم:

أكتب المعادلة

$$x^\circ = \frac{360^\circ}{n}$$

أعوّض $n = 7$

$$x^\circ = \frac{360^\circ}{7}$$

أبسّط

$$x^\circ \approx 51^\circ$$

أتحقق من فهمي:



2 السداسي المنتظم.

3 العشاري المنتظم.

4 ذو خمسة عشر ضلعًا منتظمًا.

أستخدم المعادلات الخطية لإيجاد عدد أضلاع مضلع منتظم أعلم قياس زاويته الداخلية.

مثال 5

أجد عدد أضلاع مضلع منتظم قياس زاويته الداخلية 135° .

أفترض أن عدد الأضلاع يساوي n

$$S = n \times 135^\circ$$

بما أن المضلع منتظم، فإن زواياه جميعها لها القياس نفسه

$$S = (n-2) \times 180^\circ$$

صيغة مجموع قياسات زوايا المضلع

$$n \times 135^\circ = (n-2) \times 180^\circ$$

أكتب معادلة

$$135^\circ n = 180^\circ n - 360^\circ$$

خاصية التوزيع

$$-45^\circ n = -360^\circ$$

أطرح $180^\circ n$ من طرفي المعادلة

$$n = 8$$

أقسم على -45°

إذن، عدد أضلاع المضلع ثمانية.

أتحقق من فهمي:



أجد عدد أضلاع مضلع منتظم قياس زاويته الداخلية 140° .

الوحدة 4

أندرب وأحل المسائل

أجد مجموع قياسات الزوايا الداخلية للمضلع المعطى عدد أضلاعه في كلِّ ممَّا يأتي:

- 1 11 ضلعًا. 2 13 ضلعًا. 3 20 ضلعًا. 4 32 ضلعًا.

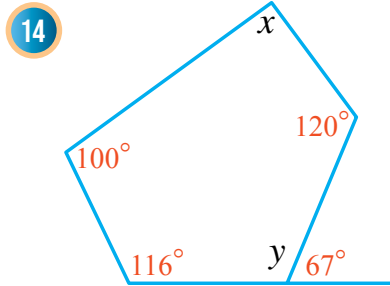
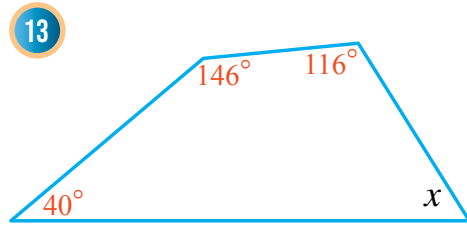
أجد قياس الزاوية الداخلية للمضلع المنتظم المعطى عدد أضلاعه في كلِّ ممَّا يأتي (أقرب إجابتي إلى أقرب درجة):

- 5 9 أضلاع. 6 11 ضلعًا. 7 12 ضلعًا. 8 20 ضلعًا.

أجد قياس الزاوية الخارجية لكلِّ من المضلعات المنتظمة الآتية (أقرب إجابتي إلى أقرب درجة):

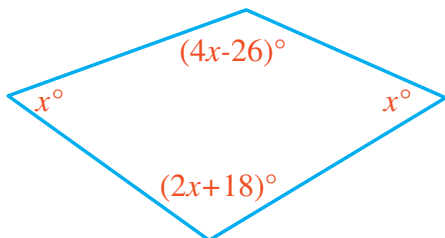
- 9 خماسيٌّ. 10 ثمانيٌّ. 11 تساعيٌّ. 12 ذو عشرين ضلعًا.

أجد قياس الزاوية المجهولة في كلِّ شكلٍ ممَّا يأتي:



أجد عدد أضلاع المضلع المنتظم المعطى قياس زاويته الداخلية في كلِّ ممَّا يأتي:

- 15 162° 16 144° 17 150°



18 **جبر:** أكتب معادلةً، ثمَّ أحلها بإيجاد قياس زوايا المضلع المجاور.

إرشاد

يمكنني استخدام طريقة أخرى لإيجاد قياس الزاوية الخارجية للمضلع المنتظم، وذلك بإيجاد قياس زاويته الداخلية، ثمَّ طرح هذا القياس من 180°



19 يريد محمد صنع إطار على شكل مضلع تساعي منتظم باستعمال ألواح خشبية. ما الزاوية التي سيقطع بها كل لوح عند طرفيه؛ ليمكن من جمع الألواح بعضها مع بعض لتشكيل الإطار المطلوب؟ أبرر إجابتي.



20 **عملات:** تمثل القطعة النقدية من فئة ربع الدينار مضلعاً منتظماً. أجد قياس كل من زاويته الداخلية وزاويته الخارجية.

قياس الزاوية الداخلية لمضلع منتظم يساوي $4x$ ، وقياس زاويته الخارجية يساوي $2x$: أجد قيمة x .

22 أجد قياس الزاوية الداخلية وقياس الزاوية الخارجية.

23 أجد عدد أضلاع المضلع المنتظم.

معلومة

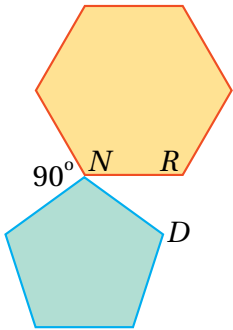
تولى مجلس النقد الأردني مهمة إصدار النقد الأردني منذ عام 1949م حتى عام 1964م، وبعد أن تأسس البنك المركزي الأردني عام 1964م تولى تلك المهمة إلى يومنا هذا.



مهارات التفكير العليا

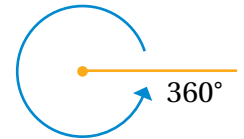
24 **تبرير:** هل يوجد مضلع منتظم قياس زاويته الداخلية 160° ؟ أبرر إجابتي.

25 **تحذ:** إذا كان المضلعان في الشكل المجاور منتظمين، فأجد $m\angle RND$ ، وأبرر إجابتي.

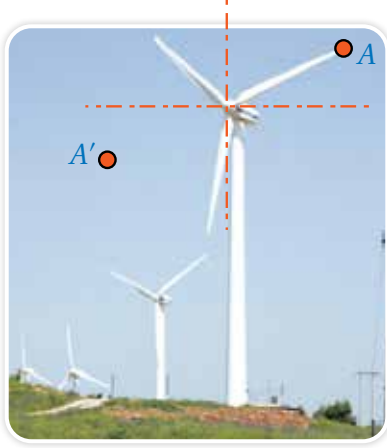


إرشاد

مجموع قياسات الزوايا حول نقطة هو (360°) .



26 **أكتب:** أكتب فقرة قصيرة أبين فيها العلاقة بين عدد أضلاع المضلع المنتظم وقياس زاويته الداخلية.



أستكشف

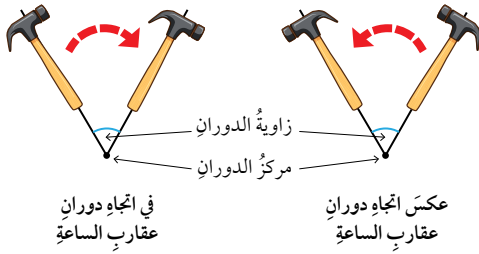
تعدُّ الرياح من أهمِّ مصادرِ الطاقة المتجددة؛ فهي تديرُ مراوحَ كبيرةً متصلةً بتوربيناتٍ تحوِّلُ الطاقةَ الحركيةَ إلى طاقةٍ كهربائيةٍ. أصِفْ حركةَ ذراعِ المروحةِ التي تجعلُ النقطةَ A منطبقةً على النقطةَ A' .

فكرة الدرس

- أرسمُ دورانًا على المستوى الإحداثي.
- أتعرفُ التماثلَ الدورانيَّ ورُتبتهُ.

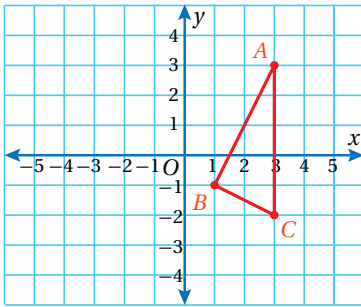
المصطلحات

الدورانُ ، مركزُ الدورانِ.

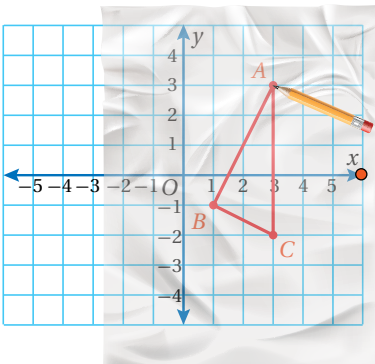


يعملُ **الدورانُ** (rotation) على تحريكِ كلِّ نقطةٍ في الشكلِ الأصليِّ بزواويةٍ محددةٍ واتجاهٍ محددٍ حولَ نقطةٍ ثابتةٍ تُسمَّى **مركزُ الدورانِ** (center of rotation) معَ المحافظةِ على أبعادِ الشكلِ الأصليِّ وزواياهُ. يمكنُ استعمالُ ورقةٍ شفافةٍ لرسمِ صورةٍ شكلٍ تحت تأثيرِ دورانٍ بزواويةٍ مُحدَّدةٍ حولَ مركزِ دورانٍ.

مثال 1

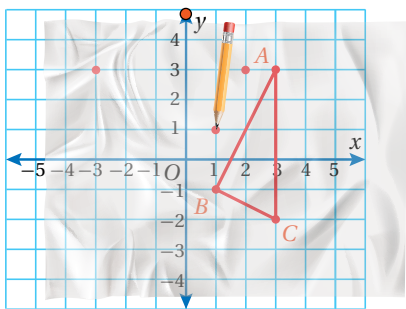


أستعملُ ورقةً شفافةً لرسمِ صورةِ ΔABC في الشكلِ المجاورِ الناتجةً من دورانِ مركزه نقطةَ الأصلِ بزواويةٍ (90°) عكسَ عقاربِ الساعة، ثمَّ أكتبُ إحداثياتِ رؤوسِ الصورةِ $\Delta A'B'C'$.



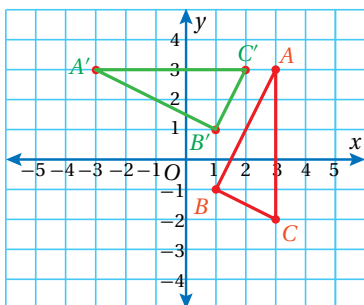
الخطوة 1 أرسمُ رؤوسَ المثلثِ على ورقةٍ شفافةٍ.

أضعُ الورقةَ فوقَ المثلثِ بحيثُ تغطِّي أيضًا مركزَ الدورانِ، ثمَّ أرسمُ بالقلمِ رؤوسَ المثلثِ وأضعُ إشارةً مقابلَ محورِ x الموجبِ.



الخطوة 2 أَدَوِّرُ الشَّكْلَ، ثُمَّ أَحَدِّدُ رُؤُوسَ الصُّورَةِ.

أَضْغَطُ بِرَأْسِ الْقَلَمِ عِنْدَ مَرَكِّزِ الدُّورَانِ (نَقْطَةُ الْأَصْلِ)، ثُمَّ أَدَوِّرُ الْوَرَقَةَ بِزَاوِيَةِ (90°) عَكْسِ عِقَارِبِ السَّاعَةِ، بِحَيْثُ تَصْبُحُ الْإِشَارَةُ الَّتِي رَسَمْتُهَا مُقَابِلَ مَحْوَرِ y الْمَوْجِبِ، ثُمَّ أَحَدِّدُ رُؤُوسَ الصُّورَةِ.

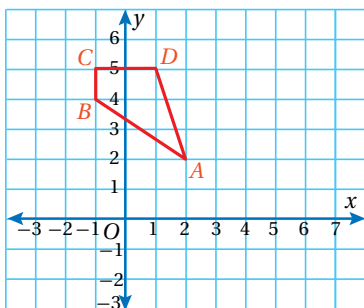


الخطوة 3 أَرَسُمُ الصُّورَةَ.

أَرَسُمُ الصُّورَةَ بِالتَّوَصِيلِ بَيْنَ إِحْدَاثِيَّاتِ رُؤُوسِهَا، ثُمَّ أَسَمِّيْهَا $\Delta A'B'C'$.

إِحْدَاثِيَّاتِ رُؤُوسِ الصُّورَةِ $\Delta A'B'C'$ هِيَ:

$$A'(-3, 3), B'(1, 1), C'(2, 3)$$



أَتَحَقَّقُ مِنْ فَهْمِي:

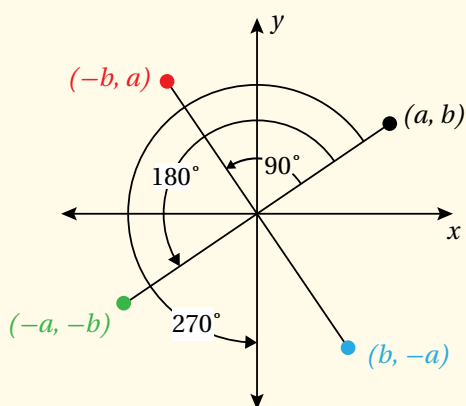
أَسْتَعْمَلُ وَرَقَةً شَفَّافَةً لِرَسْمِ صُورَةِ $ABCD$ النَّاتِجَةِ مِنْ دُورَانِ مَرَكِّزِهِ (نَقْطَةُ الْأَصْلِ) بِزَاوِيَةِ (90°) مَعَ عِقَارِبِ السَّاعَةِ، ثُمَّ أَكْتُبُ إِحْدَاثِيَّاتِ رُؤُوسِ الصُّورَةِ $A'B'C'D'$.

الدوران حول نقطة الأصل

مفهوم أساسي

• بالنماذج:

• بالكلمات:



عِنْدَ دُورَانِ النَّقْطَةِ (a, b) حَوْلَ نَقْطَةِ الْأَصْلِ، فَإِنَّ إِحْدَاثِيَّاتِهَا يَتَغَيَّرَانِ بِحَسَبِ الْقَوَاعِدِ الْآتِيَةِ:

• الدُّورَانُ بِزَاوِيَةِ (90°) عَكْسِ عِقَارِبِ السَّاعَةِ (أَوْ 270° مَعَ عِقَارِبِ السَّاعَةِ):

$$(a, b) \rightarrow (-b, a)$$

• الدُّورَانُ بِزَاوِيَةِ (180°) عَكْسِ عِقَارِبِ السَّاعَةِ (أَوْ 180° مَعَ عِقَارِبِ السَّاعَةِ):

$$(a, b) \rightarrow (-a, -b)$$

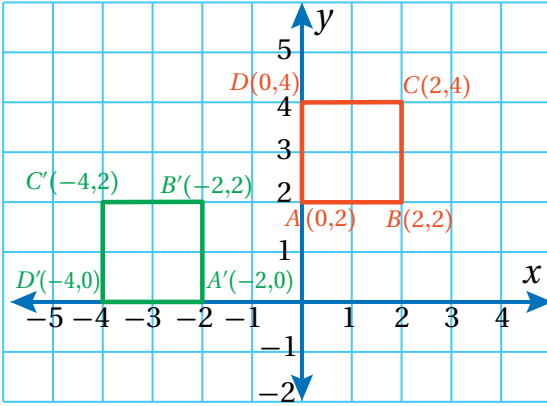
• الدُّورَانُ بِزَاوِيَةِ (270°) عَكْسِ عِقَارِبِ السَّاعَةِ (أَوْ 90° مَعَ عِقَارِبِ السَّاعَةِ):

$$(a, b) \rightarrow (b, -a)$$

أرسم في المستوى الإحداثي المربع الذي إحداثيات رؤوسه $A(0,2), B(2,2), C(2,4), D(0,4)$ ثم أجد صورته تحت تأثير:

1 دوران مركزه نقطة الأصل بزاوية 270° مع عقارب الساعة.

أبدل موقع الإحداثيات (x, y) ، ثم أضرب y في -1



$$(x, y) \rightarrow (-y, x)$$

$$A(0, 2) \rightarrow A'(-2, 0)$$

$$B(2, 2) \rightarrow B'(-2, 2)$$

$$C(2, 4) \rightarrow C'(-4, 2)$$

$$D(0, 4) \rightarrow D'(-4, 0)$$

اتذكر

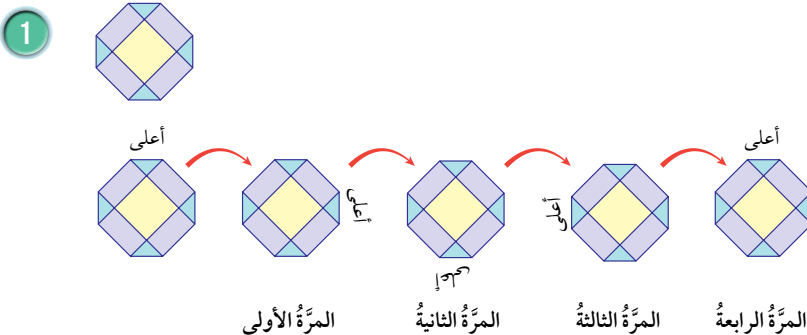
دوران بزاوية 90° عكس عقارب الساعة يعادل دوران 270° مع عقارب الساعة.

تحقق من فهمي:

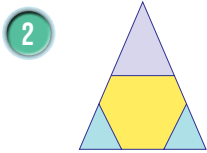
2 دوران مركزه نقطة الأصل بزاوية 90° عكس عقارب الساعة.

يكون الشكل ذا تماثل دوراني (rotational symmetry) إذا عاد إلى وضعه الأصلي مرتين أو أكثر في أثناء تدويره بزاوية (360°) (دورة كاملة) حول مركزه. تُعرّف رتبة التماثل الدوراني (order of rotational symmetry) بأنها عدد المرات التي يعود فيها الشكل ذو التماثل الدوراني إلى وضعه الأصلي خلال دورة كاملة حول مركزه.

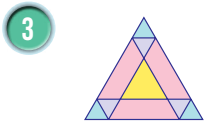
3 مثال أحدد إذا كان الشكل ذا تماثل دوراني أم لا، ثم أحدد رتبة الدوران (إن وجدت) في كل مما يأتي:



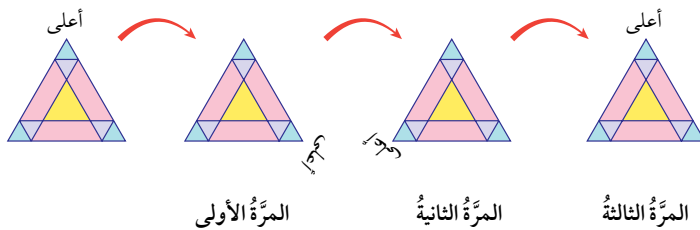
الشكل ذو تماثل دوراني؛ لأنه يعود إلى وضعه الأصلي أربع مرات عند تدويره بزاوية (360°) حول مركزه. إذن، رتبة التماثل الدوراني هي 4.



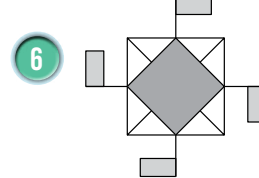
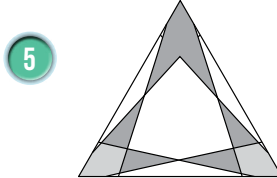
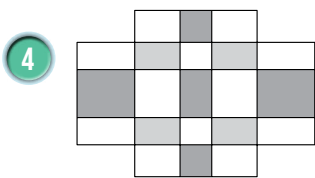
الشكل ليس ذا تماثلٍ دورانيٍّ؛ لأنَّه يعودُ إلى وضعِهِ الأصليِّ مرَّةً واحدةً فقط عندَ تدويرِهِ بزاويةٍ (360°) حولَ مركزِهِ.



الشكلُ ذو تماثلٍ دورانيٍّ؛ لأنَّه يعودُ إلى وضعِهِ الأصليِّ ثلاثَ مرَّاتٍ عندَ تدويرِهِ بزاويةٍ (360°) حولَ مركزِهِ. إذن، رتبةُ التماثلِ الدورانيِّ هي 3.

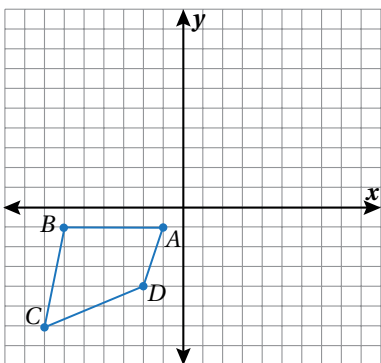


أتحقق من فهمي:

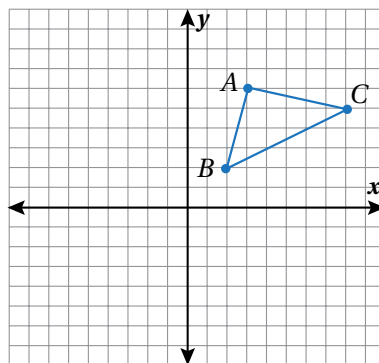


أستعملُ ورقةَ شفافةٍ لرسمِ صورةِ الشكلِ الناتجِ من دورانِ مركزه نقطةَ الأصلِ، وبالزاوية والاتجاهِ المحددين في كلِّ ممَّا يأتي:

2 180° مع عقارب الساعة.



1 90° عكس عقارب الساعة.



أتحرب وأحل المسائل



إرشاد

مع عقارب الساعة.



عكس عقارب الساعة.



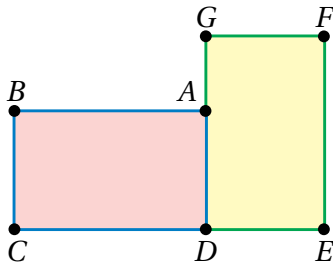
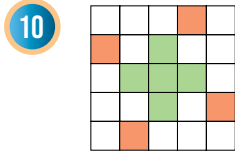
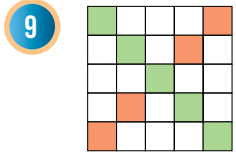
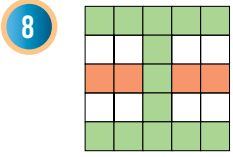
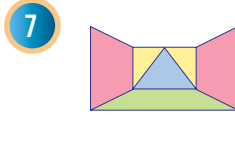
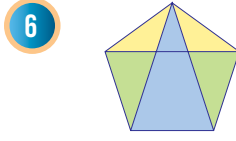
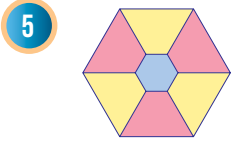
الوحدة 4

أرسم في المستوى الإحداثي الشكل وصورتَه الناتجة عن دوران مركزه نقطة الأصل بالاتجاه والزاوية المعطاة في كلِّ ممَّا يأتي:

3 مربع إحداثيات رؤوسه $(2,3)$, $(5,3)$, $(5,0)$, $(2,0)$ ، بزاوية دوران 90° باتجاه عقارب الساعة.

4 مستطيل إحداثيات رؤوسه $(-5,2)$, $(-5,4)$, $(2,2)$, $(2,4)$ ، بزاوية دوران 180° عكس عقارب الساعة.

أحدّد إذا كان الشكل ذا تماثلٍ دورانيٍّ أم لا، ثمَّ أحدّد رتبة الدوران (إن وُجدت) في كلِّ ممَّا يأتي:

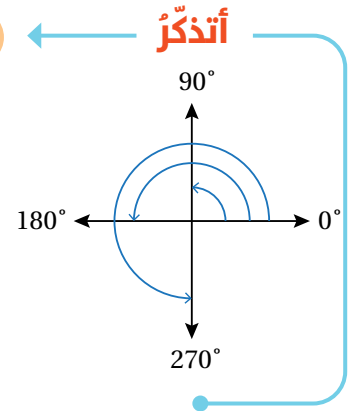


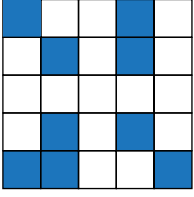
11 أحدّد النقطة التي تمثّل مركزَ دورانِ المستطيل $BADC$ إلى صورته $GFED$ ، وأبرّرُ إجابتي.

مثلثُ إحداثياتِ رؤوسه $A(0,0)$, $B(0,3)$, $C(4,0)$. أجدُ إحداثياتِ رؤوسه تحت تأثير كلِّ ممَّا يأتي:

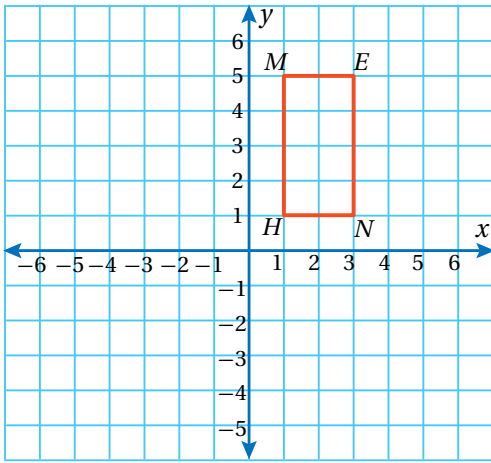
12 انسحابُ وحدتين إلى اليسار، و 7 وحداتٍ إلى الأسفل.

13 دورانُ مركزه نقطة الأصلِ بزاوية 270° عكس عقارب الساعة.





14 أنسخُ الشكلَ المجاورَ، ثمَّ ألَوِّ 4 مربعاتٍ إضافية ليصبحَ الشكلُ ذا تماثلٍ دورانيٍّ من الرتبة 4.



15 تحدّد إذا أُجريَ انسحابٌ للشكلِ المجاورِ بمقدارٍ وحدتين إلى الأعلى و 3 وحداتٍ إلى اليمين، ثمَّ أُجريَ له دورانٌ مركزُه نقطةُ الأصلِ بزاويةٍ 90° في اتجاهِ دورانِ عقاربِ الساعة، فما إحداثياتُ رؤوسِ الشكلِ الناتجِ؟

مهاراتُ التفكير العُلَيَا

إرشادٌ

أُجري التحويلات الهندسيّة وفق الترتيب الذي ورد في السؤال: الانسحابُ أولاً، ثمَّ الدورانُ.

16 تبيّر: إذا أُجريَ لشكلٍ ما دورانان في اتجاهِ دورانِ عقاربِ الساعة، مركزُهُما نقطةُ الأصلِ، وأحدُهُما بزاويةٍ (90°) ، والآخرُ بزاويةٍ (180°) ، فهل لترتيبِ الدورانين تأثيرٌ في موقعِ الصورةِ الناتجة؟ أبرّر إجابتي.

17 مسألة مفتوحة: أرسمُ شكلاً على المستوى الإحداثي، ثمَّ أصفُ دوراناً زاويته لا تساوي صفرًا، ويكون فيه كلٌّ من الصورة والشكل الأصليّ منطبقين على بعضهما.

أتعلّم

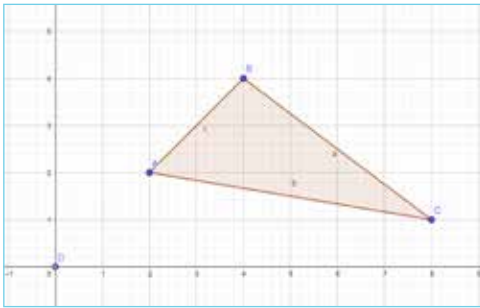
عند إجراء تحويل هندسيّ على شكل، ثمَّ إجراء تحويل هندسيّ آخر على صورته، فإنَّ التحويل الذي ينقل الشكل الأصليّ إلى صورته النهائيّة يُسمّى تحويلًا هندسيًّا مركّبًا.

18 أكتبُ المعلومات التي أحتاج إليها؛ لكي أُجري دوراناً لشكلٍ ما.


يمكنُ استعمالُ برمجية جيو جبرا (GeoGebra) لإجراء دورانٍ لأيِّ شكلٍ على المستوى الإحداثي؛ فهي مجانيةٌ وسهلةُ الاستخدام. أستعملُ الرابطَ www.geogebra.org/download لتثبيت نسخةٍ من هذه البرمجية في جهاز الحاسوب. يمكنني أيضًا استعمالُ النسخة المتوافرة في شبكة الإنترنت من دون حاجةٍ إلى تثبيتها في جهاز الحاسوب عن طريق الرابط الآتي: www.geogebra.org/classic

مثال


أستخدمُ برمجية جيو جبرا؛ لأجد صورة المثلث الذي إحداثيات رؤوسه $A(2, 2)$, $B(4, 4)$, $C(8, 1)$ بعد إجراء دورانٍ مركزه نقطة الأصل، وبزاوية 90° في اتجاه دوران عقارب الساعة.




الخطوة 1: أرسم المثلث ABC :

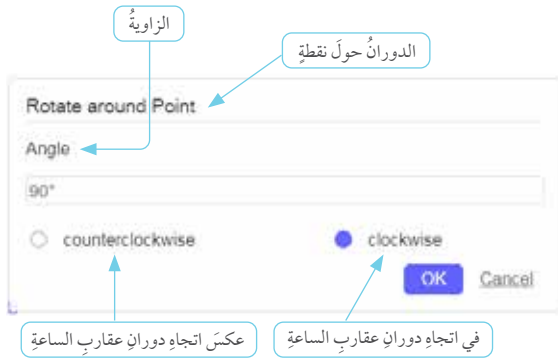
- أختارُ أيقونة  من شريط الأدوات، ثم أنقرُ بالموؤشرِ مواقع الأزواج المرتبة التي تقع عندها رؤوس المثلث على المستوى الإحداثي. ولإغلاق الشكل، أنقرُ الرأس الأول مرةً أخرى.

الخطوة 2: أحددُ مركز الدوران:

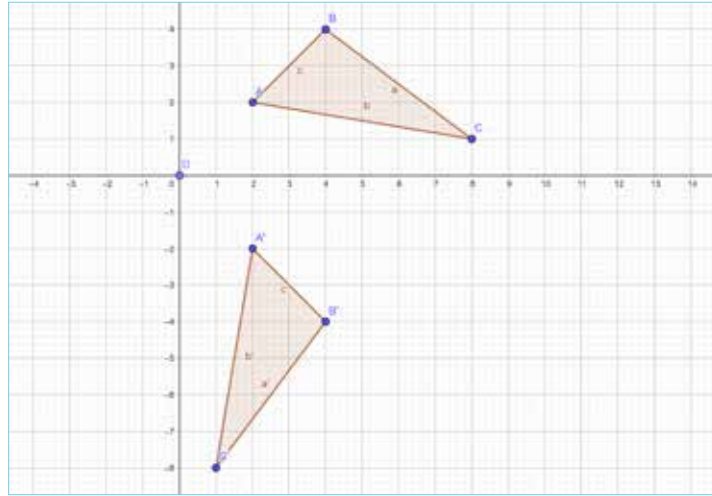
- أختارُ أيقونة  Point من شريط الأدوات.
- أنقرُ بالموؤشرِ نقطة الأصل (مركز الدوران).

الخطوة 3: أجري الدوران:



- من شريط الأدوات، أختارُ أيقونة  Rotate around Point.



- أنقرُ بالمؤشِّرِ وسطَ المثلثِ، ثمَّ أنقرُ مركزَ الدورانِ، ثمَّ أحدِّدُ زاويةَ الدورانِ واتَّجاهه في صندوقِ الحوارِ الذي يظهرُ، ثمَّ أنقرُ **OK**.



مقارنة قياساتِ المثلثِ ABC وصورتُهُ

- أجدُ أطوالَ أضلاعِ المثلثِ ABC وصورتِهِ $A'B'C'$ باستخدامِ أداةِ قياسِ أطوالِ الأضلاعِ ، ثمَّ أنقرُ الضلعَ المطلوبَ.
- أجدُ قياساتِ زوايا المثلثِ ABC وصورتِهِ $A'B'C'$ باستخدامِ أداةِ قياسِ الزوايا ، ثمَّ أنقرُ ضلعي الزاوية المطلوبة.
- ماذا ألاحظُ؟

أندربُ

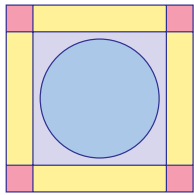
أستخدمُ برمجة جيو جبرا؛ لأجري دوراناً مركزه نقطة الأصلِ، وبزاوية 90° في اتجاه دورانِ عقاربِ الساعةِ للمثلثين المعطى إحداثيات رؤوسهما في ما يأتي:

- 1 $A(-6, -8), B(-5, -3), C(-3, -7)$
- 2 $A(5, 4), B(7, 9), C(12, 5)$

اختبار نهاية الوحدة

6 في الشكل المجاور، $m\angle ABC$ يساوي:

a) 33°
b) 87°
c) 60°
d) 48°



7 رتبة الدوران للشكل المجاور تساوي:

- a) 0 b) 4
c) 1 d) 2

8 إذا كان عدد أضلاع مضلع منتظم 20 ضلعاً، فإن قياس زاويته الخارجية هو:

- a) 18° b) 162°
c) 198° d) 55°

في الشكل المجاور، $m\angle 1 = 65^\circ$ ، $m\angle 8 = 86^\circ$

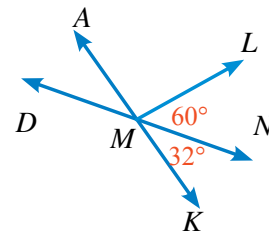
أجد قياس الزوايا الآتية، وأبرز خطوات الحل جميعها:

- 9 $m\angle 16$ 10 $m\angle 11$
11 $m\angle 5$ 12 $m\angle 13$

أختار رمز الإجابة الصحيحة لكل مما يأتي:

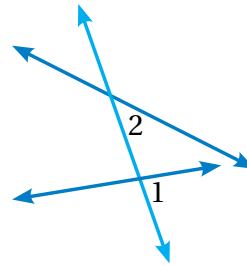
1 إذا كانت $\angle 1$ ، $\angle 2$ متتامتين و $m\angle 1 = 70^\circ$ ، فإن $m\angle 2$ يساوي:

- a) 70° b) 110°
c) 20° d) 30°



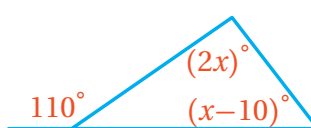
2 في الشكل المجاور، $m\angle AML$ يساوي:

- a) 88° b) 32°
c) 30° d) 120°



3 في الشكل المجاور $\angle 1$ ، $\angle 2$ زاويتان:

- a) متبادلتان داخلياً.
b) متبادلتان خارجياً.
c) متناظرتان.
d) متحالفتان.



4 قيمة x في الشكل المجاور هي:

- a) 70 b) 80
c) 40 d) 55

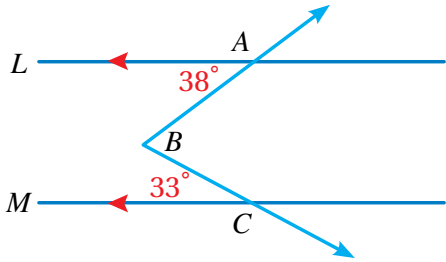
5 عدد أضلاع المضلع المنتظم الذي قياس زاويته الداخلية 165° هو:

- a) 24 b) 22 c) 20 d) 25

اختبار نهاية الوحدة

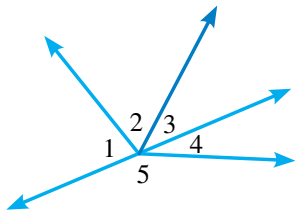
تدريب على الاختبارات الدولية:

20 في الشكل الآتي، إذا علمت أن $L \parallel M$ ، فإن $m\angle ABC$ يساوي:

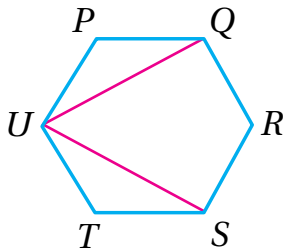


- a) 71° b) 109° c) 38° d) 77°

21 في الشكل المجاور، إذا كانت 4 و 5 زاويتين متجاورتين على مستقيم، $m\angle 1 = 2x$ ، $m\angle 2 = 3x - 20$ ، فإن $m\angle 3 = x - 4$ يساوي:

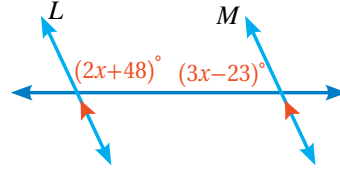


- a) 26°
b) 28°
c) 30°
d) 32°



22 إذا كان $PQRSTU$ سداسياً منتظماً، فإن $m\angle QUS$ يساوي:

- a) 30° b) 60°
c) 90° d) 20°



13 في الشكل المجاور، إذا علمت أن $L \parallel M$ ، فما قيمة x ؟
أبرر خطوات الحل جميعها.



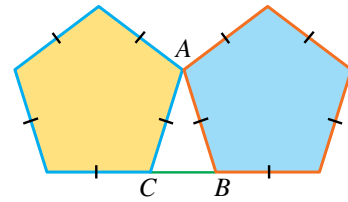
بالاعتماد على الشكل المجاور، أجب عما يأتي:

14 أجد $m\angle 1$ ، $m\angle 2$

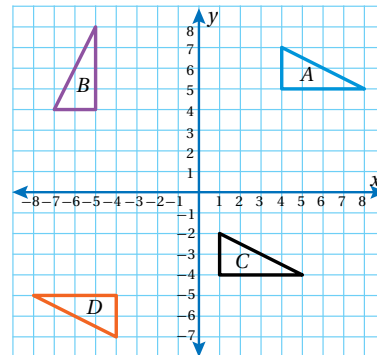
15 إذا كانت الدعامة الرافعة

للغطاء أقصر من طولها الحالي، فأصف التغيير في $m\angle 1$ ، $m\angle 2$ وأبرر إجابتي.

16 أجد قياسات زوايا $\triangle ABC$ في الرسم الآتي:



في الشكل المجاور، أصنّف التحويلات الهندسية الآتية إلى دوران وانسحاب، وأوضح القاعدة:



17 $A \rightarrow B$

18 $A \rightarrow C$

19 $A \rightarrow D$